

On désigne par  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-2; 4]$  par

$$f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3.$$

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Montrer que, pour tout  $x \in [-2; 4]$ ,

$$f'(x) = -4xe^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de  $f$ .  
3. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution sur  $[-2; 0]$  et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.  
4. On note  $f''$  la fonction dérivée de  $f'$ . On admet que, pour tout  $x \in [-2; 4]$ ,

$$f''(x) = (8x - 4)e^{-2x}.$$

- a. Étudier le signe de  $f''$  sur l'intervalle  $[-2; 4]$ .  
b. En déduire le plus grand intervalle sur lequel  $f$  est convexe.

