

On appelle fonction « *satisfaction* » toute fonction dérivable qui prend ses valeurs entre 0 et 100. Lorsque la fonction « *satisfaction* » atteint la valeur 100, on dit qu'il y a « *saturation* ».

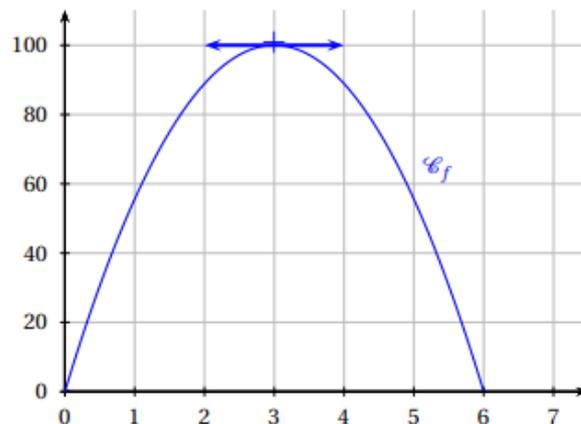
On définit aussi la fonction « *envie* » comme la fonction dérivée de la fonction « *satisfaction* ». On dira qu'il y a « *souhait* » lorsque la fonction « *envie* » est positive ou nulle et qu'il y a « *rejet* » lorsque la fonction « *envie* » est strictement négative.

Dans chaque partie, on teste un modèle de fonction « *satisfaction* » différent.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

#### Partie A

Un étudiant prépare un concours, pour lequel sa durée de travail varie entre 0 et 6 heures par jour. Il modélise sa satisfaction en fonction de son temps de travail quotidien par la fonction « *satisfaction* »  $f$  dont la courbe représentative est donnée ci-dessous ( $x$  est exprimé en heures).



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Lire la durée de travail quotidien menant à « *saturation* ».
2. Déterminer à partir de quelle durée de travail il y a « *rejet* ».

#### Partie B

Le directeur d'une agence de trekking modélise la satisfaction de ses clients en fonction de la durée de leur séjour. On admet que la fonction « *satisfaction* »  $g$  est définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par  $g(x) = 12,5xe^{-0,125x+1}$  ( $x$  est exprimé en jour).

1. Démontrer que, pour tout  $x$  de l'intervalle  $[0; 30]$ ,

$$g'(x) = (12,5 - 1,5625x)e^{-0,125x+1}.$$

2. Étudier le signe de  $g'(x)$  sur l'intervalle  $[0; 30]$  puis dresser le tableau des variations de  $g$  sur cet intervalle.
3. Quelle durée de séjour correspond-elle à l'effet « *saturation* »?

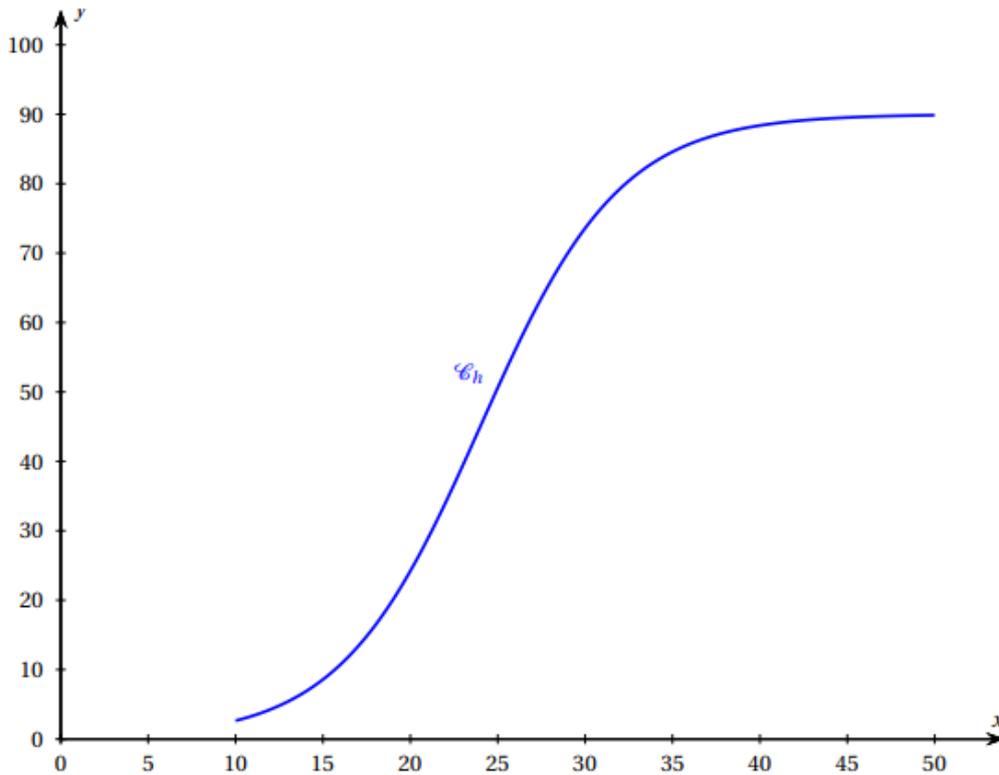
#### Partie C

La direction des ressources humaines d'une entreprise modélise la satisfaction d'un salarié en fonction du salaire annuel qu'il perçoit. On admet que la fonction « *satisfaction* »  $h$ , est définie sur l'intervalle  $[10; 50]$  par

$$h(x) = \frac{90}{1 + e^{-0,25x+6}}$$

( $x$  est exprimé en millier d'euros).

La courbe  $\mathcal{C}_h$  de la fonction  $h$  est représentée ci-dessous :



Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	Dérivée( $90/(1 + \exp(-0.25 * x + 6))$ )  $\frac{22,5e^{-0,25x+6}}{(1 + e^{-0,25x+6})^2}$
2	Dérivée( $22.5 * \exp(-0,25 x + 6)/(1 + \exp(-0,25 * x + 6))^2$ )  $\frac{5,625e^{-0,25x+6}(e^{-0,25x+6} - 1)}{(1 + e^{-0,25x+6})^3}$

1. Donner sans justification une expression de  $h''(x)$ .
2. Résoudre dans l'intervalle  $[10; 50]$  l'inéquation  $e^{-0,25x+6} - 1 > 0$ .
3. Étudier la convexité de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $[10; 50]$ .
4. À partir de quel salaire annuel peut-on estimer que la fonction « envie » décroît? Justifier.
5. Déterminer, en le justifiant, pour quel salaire annuel la fonction « satisfaction » atteint 80.