

Résolution d'équations et inéquations

8 Résoudre les équations suivantes.

a. $e^x = e^{2x}$ b. $e^{2x+3} = 1$ c. $e^{-x^3+x} = 0$
 d. $e^{4x-1} = e^{x+5}$ e. $e^x - e^{-x} = 0$ f. $e^{4x} = \frac{1}{e}$

9 Montrer que l'équation $e^x = 2$ n'admet qu'une seule solution sur $[0; 1]$, puis déterminer un encadrement à 10^{-3} de la solution.

10 Résoudre les inéquations suivantes.

a. $e^{x+1} \leq e^{2x}$ b. $e^x < 1$ c. $e^{-x+5} < e^x$
 d. $e^{2x+4} \geq 1$ e. $e^x < \frac{1}{e^x}$ f. $e^{x^2+2x} > 1$

11 Déterminer le signe des expressions suivantes sur \mathbb{R} .

a. $A(x) = xe^x$ b. $B(x) = (x+1)e^x$
 c. $C(x) = (2-x)e^{-x}$ d. $D(x) = (x+1)e^{x-1}$

Étude de fonctions

12 Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée et en déduire les variations.

a. $f(x) = e^x + 2x$ b. $g(x) = -4e^x$

13 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^x$.

1. Conjecturer les variations de f à l'aide de la calculatrice.
2. Montrer que $f'(x) = (x+1)e^x$.
3. En déduire les variations de f .

14 Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée et en déduire les variations.

a. $f_1(x) = (x+2)e^x$ b. $f_2(x) = 2(3-x)e^x$
 c. $f_3(x) = x^2e^x$ d. $f_4(x) = (3-x^2)e^x$

15 Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$.
3. On admet que $f''(x) = \frac{(x^2-2x+2)e^x}{x^3}$.
 - a. Déterminer le signe de $x^2 - 2x + 2$.
 - b. Étudier la convexité de f .