



On dispose d'un cube en bois de 3 cm d'arête, peint en jaune. On le découpe, parallèlement aux faces, en 27 cubes de 1 cm d'arête. On place ces 27 cubes dans un sac.

1. On tire au hasard l'un des 27 cubes du sac. On suppose que les tirages sont équiprobables.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de faces peintes sur le cube tiré.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

b. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

2. On tire maintenant, au hasard, simultanément deux des 27 cubes du sac. On suppose que les tirages sont équiprobables.

a. Montrer que la probabilité d'avoir, au total, six faces peintes est égale à $\frac{28}{351}$.

b. On désigne par n un nombre naturel non nul ; après avoir noté le nombre de faces coloriées sur les deux premiers cubes tirés, on les remet dans le sac et on recommence l'opération de manière à effectuer n tirages successifs et indépendants de deux cubes.

Calculer la probabilité p_n pour que l'on obtienne au total $6n$ faces peintes.

c. Déterminer la plus petite valeur de n pour que p_n soit inférieur à 10^{-12} .

Les résultats des calculs seront donnés sous forme fractionnaire.