Exercice 33.

Soient $P_0 = \frac{1}{2}(X-1)(X-2)$, $P_1 = -X(X-2)$ et $P_2 = \frac{1}{2}X(X-1)$ trois polynômes de $\mathbb{R}_2[X]$.

1. Montrer que (P_0, P_1, P_2) est une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
2. Soit $P = aX^2 + bX + c \in \mathbb{R}_2[X]$, exprimer P dans la base (P_0, P_1, P_2).
3. Soit $Q = \alpha P_0 + \beta P_1 + \gamma P_2 \in \mathbb{R}_2[X]$, exprimer Q dans la base $(1, X, X^2)$.
4. Pour tout A, B et C réels montrer qu'il existe un unique polynôme de $R \in \mathbb{R}_2[X]$, tel que : $R(0) = A$, $R(1) = B$ et $R(2) = C$.

Allez à : Correction exercice 33

Exercice 34.

Soient $P_1 = X^3 + X^2 + X + 1$, $P_2 = X^3 + 2X^2 + 3X + 4$, $P_3 = 3X^3 + X^2 + 4X + 2$ et $P_4 = 10X^3 + 4X^2 + 13X + 7$ quatre polynômes de $\mathbb{R}_3[X]$

1. La famille (P_1, P_2, P_3, P_4) est-elle libre ?
2. Donner une base de $Vect(P_1, P_2, P_3, P_4)$

Allez à : Correction exercice 34

Exercice 35.

Soit $E = \{P \in \mathbb{R}_2[X], P(1) = 0\}$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}_2[X]$.
2. Donner une base de E et en déduire sa dimension.

Allez à : Correction exercice 35

Exercice 36.

Soit $E = \{P \in \mathbb{R}_3[X], P(-1) = 0 \text{ et } P(1) = 0\}$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}_3[X]$.
2. Déterminer une base et la dimension de E.

Allez à : Correction exercice 36

Exercice 37.

Dans $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, les trois fonctions $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \sin(2x)$ et $x \mapsto \sin(3x)$, sont-elles linéairement indépendantes?

Allez à : Correction exercice 37

Exercice 38.

Soient $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \cos(x)\cos(2x)$ et $h(x) = \sin(x)\sin(2x)$. Déterminer $Vect(f, g, h)$.

Allez à : Correction exercice 38