Exercice 17.

Soient $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (2,-2,-1)$ et $u_3 = (1,1,-1)$

Soient $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, y + z = 0\}$ et $F = Vect(u_1, u_2)$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Déterminer une base de E.
2. La famille (u_1, u_2, u_3) est-elle libre ? Est-ce que $u_3 \in F$?
3. Est-ce que $u_3 \in E$?
4. Donner une base de $E \cap F$.
5. Soit $u_4 = (-1,7,5)$, est-ce que $u_4 \in E$? est-ce que $u_4 \in F$?

Allez à : Correction exercice 17

Exercice 18.

Soit $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 0\}$

Soient $a = (1,-2,3)$ et $b = (2,1,-1)$ deux vecteurs. On pose $F = Vect(a,b)$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer $E \cap F$.
3. A-t-on $E \oplus F$?

Allez à : Correction exercice 18

Exercice 19.

Soient $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x + y - 2z = 0 \text{ et } 2x - y - z = 0\}$ et $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x + y - z = 0\}$ deux sous-ensembles de $\mathbb{R}^3$.

On admettra que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Soient $a = (1,1,1)$, $b = (1,0,1)$ et $c = (0,1,1)$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer une famille génératrice de E et montrer que cette famille est une base.
3. Montrer que $\{b, c\}$ est une base de F.
4. Montrer que $\{a, b, c\}$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.
5. A-t-on $E \oplus F = \mathbb{R}^3$.
6. Soit $u = (x,y,z)$, exprimer u dans la base $\{a, b, c\}$.

Exercice 21.

Soient $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x + y - z = 0 \text{ et } x - y - z = 0\}$ et $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x + y - 2z = 0\}$ deux sous-ensembles de $\mathbb{R}^3$.

On admettra que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Soient $a = (1,0,1)$, $b = (1,1,1)$ et $c = (0,2,1)$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer une famille génératrice de E et montrer que cette famille est une base.
3. Montrer que $\{b, c\}$ est une base de F.
4. Montrer que $\{a, b, c\}$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.
5. A-t-on $E \oplus F = \mathbb{R}^3$.
6. Soit $u = (x,y,z)$, exprimer u dans la base $\{a, b, c\}$.