Exercice 25.

Soit $E=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3,\ x_1+2x_2-3x_3=0\}$

Soit $a=(1,2,-3)$, et $F=Vect(a)$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$, et déterminer une base de cet espace-vectoriel.
2. A-t-on $E\oplus F=\mathbb{R}^3$?
   On justifiera la réponse.

Allez à : Correction exercice 25

Exercice 26.

Soit $E=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4,\ x_1+x_3=0\ \text{ et }\ x_2+x_4=0\}$

Soient $u_1=(1,1,1,1)$, $u_2=(1,-1,1,-1)$ et $u_3=(1,0,1,0)$

Soit $F=Vect(u_1,u_2,u_3)$

On admettra que E est un espace vectoriel.

1. Donner une base de E et en déduire sa dimension.
2. Déterminer une base de F.
3. Donner une (ou plusieurs) équation(s) qui caractérise(nt) F.
4. Donner une famille génératrice de $E+F$.
5. Montrer que : $E\oplus F=\mathbb{R}^4$.

Allez à : Correction exercice 26

Exercice 27.

Soient $a=(1,1,1,1)$ et $b=(1,-1,1,-1)$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^4$. Soit $E=Vect(a,b)$.

Soient

$$F_1=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4, x_1+x_2+x_3+x_4=0\quad\text{et}\quad 2x_1+x_2=0\}$$
$$F_2=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4, x_2+x_4=0\quad\text{et}\quad x_1+x_3=0\}$$

On admettra que E, F_1 et F_2 sont trois sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$.

1. Déterminer une base (c,d) de F_1.
2. Déterminer une base (e,f) de F_2
3. A-t-on $F_1\oplus F_2=\mathbb{R}^4$?
4. Montrer que (a,b,c,d) est une base de $\mathbb{R}^4$.
5. A-t-on $E\oplus F_1=\mathbb{R}^4$?

Allez à : Correction exercice 27

Exercice 28.

Soient $E=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4, x-y+z-t=0\}$, $F=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4, x+y+z+t=0\}$ et $H=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4, y=2x, z=3x, t=4x\}$

1. Montrer que E, F et H sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$, donner une base de chacun de ces sous-espaces vectoriels.
2. Déterminer $E+F$.
3. Montrer que $E\oplus H=\mathbb{R}^4$

Allez à : Correction exercice 28