y désigne une fonction de la variable x définie et deux fois dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
Soit (E) l'équation différentielle d'inconnue y suivante :

$$y'' - 4y' + 3y = -3x - 2.$$

Partie A

1. Résoudre sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, l'équation différentielle $y'' - 4y' + 3y = 0$.
2. a) Soit a et b deux réels. On considère la fonction g définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $g(x) = ax + b$.
   Déterminer les réels a et b pour que la fonction g soit une solution particulière de l'équation (E).

   b) Résoudre l'équation (E).
3. Déterminer la fonction f, solution particulière sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels de l'équation (E), telle que : $f(0) = -1$ et $f''(0) = 9$.

Partie B

Soit la fonction f définie pour tout x réel par

$$f(x) = e^{3x} - x - 2.$$

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. En remarquant que, pour x différent de 0, $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}}{x} - 1 - \dfrac{2}{x}\right)$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
4. Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques :
   - 4 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
   - 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

   Montrer que la courbe $\mathcal{C}$ admet pour asymptote la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = -x - 2$ au voisinage de $-\infty$.
5. Déterminer les positions relatives de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite $\mathcal{D}$ selon les valeurs de x.
6. Tracer $\mathcal{D}$ et $\mathcal{C}$.

Partie C

Calculer l'aire $\mathcal{A}$, en cm^2, du domaine compris entre les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$, la droite $\mathcal{D}$ et la courbe $\mathcal{C}$. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de $\mathcal{A}$.