Équations différentielles du second ordre

Exercice 8 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y''+3y'+2y=0$

b) $y''-4y'+4y=0$

c) $y''-4y'+13y=0$.

Exercice 9 :

On considère l'équation différentielle (E): $y''-4y'+3y=4$

1) Résoudre l'équation différentielle (E_0): $y''-4y'+3y=0$.

2) Déterminer une fonction constante g solution de l'équation (E) .

3) Déduire du 1) et du 2) la solution générale de (E) .

4) Déterminer la solution particulière f de (E) vérifiant les deux conditions initiales: $f(0)=1$ et $f'(0)=2$.

Exercice 10 :

On considère l'équation différentielle (E): $y''+2y'+y=x$

1) Donner la solution générale de l'équation différentielle (E_0): $y''+2y'+y=0$.

2) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x-2$ est une solution de (E) .

3) Déduire du 1) et du 2) l'ensemble des solutions de (E) .

4) Déterminer la solution de (E) dont la courbe représentative passe par l'origine du repère et admet, en ce point, l'axe des abscisses pour tangente.

Exercice 11 :

On considère l'équation différentielle (E): $x''-2x'-3x=3t^2+1$

(x est une fonction de la variable t)

1) Résoudre l'équation (E_0) : $x''-2x'-3x=0$.

2) Chercher une solution particulière de l'équation (E) sous la forme d'une fonction polynôme du second degré.

3) En déduire la solution générale de (E) .

4) Déterminer la fonction f , solution de (E) telle que: $f(0)=0$ et $f'(0)=0$.

Exercice 13 :

Soit l'équation différentielle: (E) : $y''+4y'+3y=e^{-2x}$.

1) Résoudre l'équation : $y''+4y'+3y=0$.

2) Déterminer une solution particulière de (E) de la forme $A\,e^{-2x}$, où A est un nombre réel que l'on déterminera.

3) En déduire l'ensemble des solutions de (E) .

4) Déterminer la solution particulière f de (E) qui vérifie $f(0)=0$ et $f'(0)=0$.

Exercice 16 :

Soit l'équation différentielle (E): $y''-3y'+2y=8x^2-24x$.

1) Résoudre l'équation différentielle (E_0): $y''-3y'+2y=0$.

2) Déterminer les nombres réels a , b , c pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=ax^2+bx+c$ soit solution de l'équation (E)

3) Déduire du 1) et du 2) l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .

4) Déterminer la solution particulière f de l'équation (E) qui vérifi les conditions initiales : $f(0)=0$ et $f'(0)=0$.