Exercice 1:

1° On considère l'équation différentielle (E) : $y' - y = x - 1$ où y est une fonction de x et y' sa dérivée.

a) Montrer que la fonction h, définie par : $h(x) = -x$ est solution de (E).

b) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' - y = 0$.

c) En déduire les solutions de (E).

d) Déterminer la solution particulière f qui vérifie $f(1) = 0$.

2° Bonus:

Soit g la fonction définie de [0, 1] dans $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{x-1} - x$ et $\mathcal{C}$ l'arc de courbe représentant g dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 4 *cm*.

a) A l'aide d'une étude rapide de g, représenter $\mathcal{C}$.

b) A et B représentant les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives 0 et 1, calculer en cm^2 l'aire du domaine fermé $\mathcal{D}$ limité par l'arc $\mathcal{C}$ et les segments $[OA]$ et $[OB]$.

Exercice 2:

I - Soit l'équation différentielle : $10y' - y = -110 + 3x$ (1)

1° Résoudre l'équation : $10y' - y = 0$ (2)

2° Trouver une solution particulière y_o (sous la forme) de l'équation (1).

3° Trouver la solution générale de l'équation (1).

II - Déterminer la solution de (1) vérifiant $y(0) = 100$.

Exercice 3:

1° Soit l'équation différentielle $y' - y = x^2$.

Donner la solution générale de cette équation (on pourra rechercher une solution particulière sous la forme d'un polynôme du second degré).

2° On réalise une expérience pour laquelle les conditions initiales sont : $y = 0$ pour $x = 0$.

Donner l'expression de la solution de l'équation vérifiant ces conditions. On notera f cette solution.

Bonus:

3° A l'aide d'une étude rapide de la fonction g définie par : $g(x) = e^x - (x + 1)$, montrer que $g(x)$ est toujours positif sur $\mathbb{R}^+$.

4° Étudier la fonction f sur $\mathbb{R}^+$.

On notera $\mathcal{C}$ la courbe représentant f sur $\mathbb{R}^+$ dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(On prendra $\|\vec{i}\| = 4$ cm et $\|\vec{j}\| = 2$ cm)