Exercice 1

On considère l'expression algébrique suivante :

$E = (x+1)(2x-1)$

1. Répondez, à l'aide d'un calcul mental, aux questions suivantes :
   a. Quel sera le coefficient de x^2 ?
   b. Quel sera le coefficient du terme constant ?
2. Justifier que l'expression E n'est égale à aucune des deux expressions suivantes :
   $F = 2(x+1)^2 + 1 \quad ; \quad G = 4x^2 + x - 1$

Exercice 2

On considère l'expression algébrique (E) définie par :

$(E) : \ -x^2 + 3x - 2$

1. Montrer que (E) admet également pour expression :
   $(x-2)(1-x)$
2. Déterminer la valeur de l'expression (E) pour chacune des valeurs de x suivantes :
   a. $x = 1$ b. $x = \sqrt{2}$ c. $x = 1 + \sqrt{2}$
   d. $x = \dfrac{1}{2}$
3. Résoudre l'équation : $-x^2 + 3x - 2 = 0$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = -9x^2 - 12x + 1$

1. Montrer que $-9x^2 - 12x + 1 = -(3x+2)^2 + 5$.
2. A l'aide de la forme canonique, montrer que la fonction f est croissante sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{2}{3}\right]$.

Exercice 4

On va étudier le minimum de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

1. Montrer que : Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$
2. a. Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty; -1]$.
   b. Montrer que f est strictement croissante sur $[-1; +\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
3. En déduire que -3 est le minimum de la fonction f.

Exercice 5

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$:

$f : x \longmapsto -2x^2 + 2x + 12$

1. Etablir les égalités suivantes :
   $-2x^2 + 2x + 12 = (3-x)(2x+4) = -2\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{25}{2}$
2. a. Justifier que la fonction f s'annule pour deux nombres qu'on précisera.
   b. Justifier que la fonction f admet $\dfrac{25}{2}$ pour maximum.
3. a. Etablir que la fonction f est croissante sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$ et décroissante sur $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   c. Retrouver les résultats de la question 2. à l'aide du tableau de variation.

Exercice 6

Dans une fête foraine, le gérant de l'attraction "*la chenille en folie*" fait le constat suivant :

- Son manège peut accueillir 70 personnes par tour ;
- S'il fixe le prix à 1 €, son manège est plein à chaque tour ;
- Chaque fois qu'il augmente le prix de 0,50 €, il perd ... clients.

On note x le prix d'une place ; on suppose que x peut prendre des valeurs dans l'intervalle $[1\,;+\infty[$. On s'intéresse à la valeur de la recette faîte par cette attraction à chaque tour en fonction du prix x des places ; on note $\mathcal{R}(x)$ cette valeur.

1. Justifier que le la recette admet l'expression :
   $\mathcal{R}(x) = 80x - 10x^2$
2. a. Dresser le tableau de variation de la fonction $\mathcal{R}$.
   b. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction $\mathcal{R}$.
3. On s'intéresse au prix de la place pour que le gérant fasse une recette supérieure à 150 €pour chaque tour de manège :
   a. Développer l'expression $(x-4)^2 - 1$. En déduire l'expression de la forme canonique de l'expression $\mathcal{R}(x) - 150$.
   b. Factoriser l'expression $(x-4)^2 - 1$ En déduire la forme factorisée de l'expression $\mathcal{R}(x) - 150$.
   c. Dresser le tableau de signe de l'expression $\mathcal{R}(x) - 150$. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $\mathcal{R}(x) \geqslant 150$.