

NOM :

Classe :

Prénom :

**Deuxième épreuve commune de mathématiques**

**Classes de 3<sup>e</sup> générales**

**Le lundi 26 mars 2007**

*L'emploi de la calculatrice est autorisé.*

*L'énoncé est à rendre avec la copie.*

*Orthographe, présentation et rédaction seront notées sur 4 points.*

**Activités numériques (12 points)**

**Exercice 1 :**

On considère les nombres :  $A = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$

et  $B = \frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times (10^2)^3}$ .

*En précisant toutes les étapes de calcul :*

1. Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.

**Exercice 2 :**

1. Soit  $E = 4x^2 + 8x - 5$ . Calculer E pour  $x = 0,5$ .
2. Soit  $F = (2x + 2)^2 - 9$ 
  - a. Développer et réduire F.
  - b. Factoriser F.
3.
  - a. Résoudre l'équation  $(2x - 1)(2x + 5) = 0$
  - b. En déduire les solutions de l'équation  $E = 0$ .

**Exercice 3 :**

On considère les nombres  $C = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$  et  $D = (5 - 2\sqrt{3})^2$

1. Ecrire C sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des nombres entiers, b étant positif. *Détailler les étapes de calcul.*
2. Ecrire D sous la forme  $m + p\sqrt{3}$ , où m et p sont des nombres entiers. *Détailler les étapes de calcul.*

**Exercice 4 :**

Cette année, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans. Dans combien d'années, l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ? *La démarche suivie sera détaillée sur la copie.*

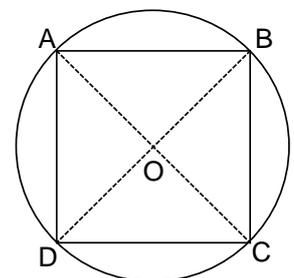
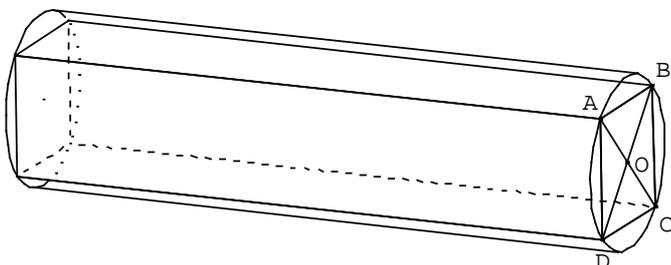
**Activités géométriques (12 points)**

**Exercice 1 :**

Un tronc d'arbre a la forme d'un cylindre de 5 m de hauteur, dont la base est un disque de centre O et de 20 cm de rayon.

Dans ce tronc, on veut tailler une poutre parallélépipédique de 5 m de hauteur dont la base est un carré ABCD, de centre O et de diagonale 40 cm.

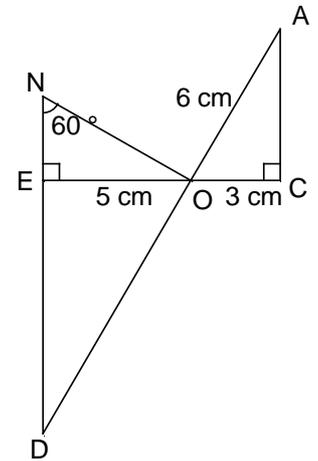
1. Calculer le volume exact du tronc d'arbre exprimé en  $\text{cm}^3$  puis son arrondi au  $\text{cm}^3$  près.
2. Montrer que l'aire du triangle AOB est égale à  $200 \text{ cm}^2$ ; en déduire l'aire du carré ABCD, puis le volume de la poutre.
3. Calculer le pourcentage de bois utilisé. Arrondir au pour-cent près.



**Exercice 2 :**

Dans la figure ci-contre, on sait que :

- $EO = 5$  cm,  $OC = 3$  cm et  $OA = 6$  cm ;
  - Les points E, O et C sont alignés ;
  - Les triangles EON et OCA sont respectivement rectangles en E et en C ;
  - La droite (AO) coupe la droite (NE) en D.
1. En considérant le triangle OAC, montrer que la mesure de  $[AC]$ , en cm, est  $3\sqrt{3}$ .
  2. a. Justifier que les droites (ED) et (AC) sont parallèles.  
b. En déduire les valeurs exactes de OD et ED.
  3. Sachant que  $\widehat{ONE} = 60^\circ$ , calculer ON. Arrondir au mm.
  4. a. Calculer l'angle  $\widehat{CAO}$ . En déduire la mesure de  $\widehat{ODN}$ .  
b. Démontrer que le triangle DON est rectangle.



**Problème (12 points)**

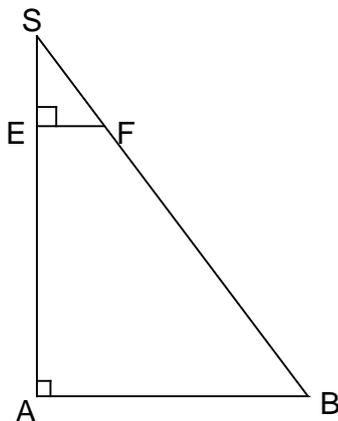


Figure 1

Dans tout le problème,

- le triangle SAB est rectangle en A ;
- E est un point de [SA] et F est un point de [SB] ;
- (EF) et (AB) sont parallèles ;
- $AB = 9$  cm,  $SA = 12$  cm et  $SE = 3$  cm.

**Première partie :**

1. Calculer EF.
2. Calculer SB.

La figure 2, représente une pyramide SABCD à base carrée de hauteur [SA]. Sa face avant a été étudiée dans la première partie (figure 1).

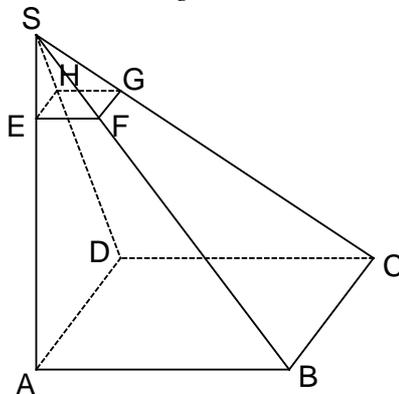


Figure 2

**Deuxième partie :**

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par E. On rappelle que  $SE = 3$  cm.

1. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
2. A l'aide du coefficient de réduction permettant de passer de SABCD à SEFGH, calculer le volume de la pyramide SEFGH.

**Troisième partie :**

Soit M un point quelconque de [SA]. On désigne alors la longueur SM par  $x$  :  $SM = x$  cm,  $x$  est compris entre 0 et 12 cm.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et passant par M.

1. Montrer que  $MN = 0,75x$ .
2. On considère la fonction  $f : x \mapsto 0,75x$

Compléter le tableau ci-dessous.

$x$	0	2	3	9	7,5	9
Image de $x$ par la fonction $f$ .						

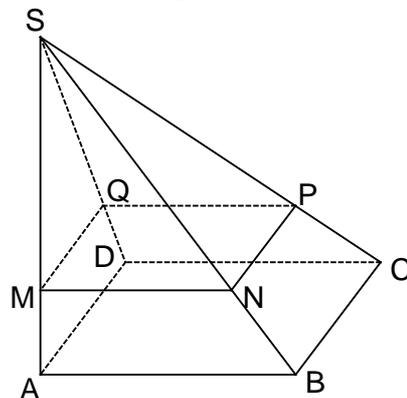


Figure 3

3. Dans un repère orthonormé à tracer sur la page quadrillée, représenter la fonction  $f$  pour  $x$  compris entre 0 et 12. On prendra 1 cm pour unité sur chaque axe et on placera l'origine en bas à gauche.
4. A l'aide du graphique, déterminer pour quelle valeur de  $x$  la longueur MN est égale à 4,5. On laissera apparents les tracés utilisés pour la lecture.
5. a. Soit  $\mathcal{A}(x)$  l'aire du carré MNPQ en fonction de  $x$ .  
Montrer que  $\mathcal{A}(x) = 0,5625x^2$ .  
b. L'aire de MNPQ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier.

