

NOM :

Classe :

Prénom :

Deuxième épreuve commune de mathématiques

Classes de 3^e générales

Le lundi 26 mars 2007

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé est à rendre avec la copie.

Orthographe, présentation et rédaction seront notées sur 4 points.

Activités numériques (12 points)

Exercice 1 :

On considère les nombres : $A = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$

et $B = \frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times (10^2)^3}$.

En précisant toutes les étapes de calcul :

1. Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.

Exercice 2 :

1. Soit $E = 4x^2 + 8x - 5$. Calculer E pour $x = 0,5$.
2. Soit $F = (2x + 2)^2 - 9$
 - a. Développer et réduire F.
 - b. Factoriser F.
3.
 - a. Résoudre l'équation $(2x - 1)(2x + 5) = 0$
 - b. En déduire les solutions de l'équation $E = 0$.

Exercice 3 :

On considère les nombres $C = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$ et $D = (5 - 2\sqrt{3})^2$

1. Ecrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant positif. *Détailler les étapes de calcul.*
2. Ecrire D sous la forme $m + p\sqrt{3}$, où m et p sont des nombres entiers. *Détailler les étapes de calcul.*

Exercice 4 :

Cette année, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans. Dans combien d'années, l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ? *La démarche suivie sera détaillée sur la copie.*

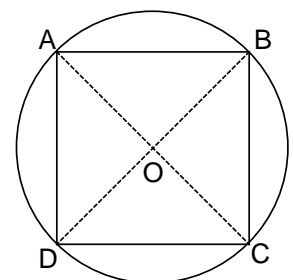
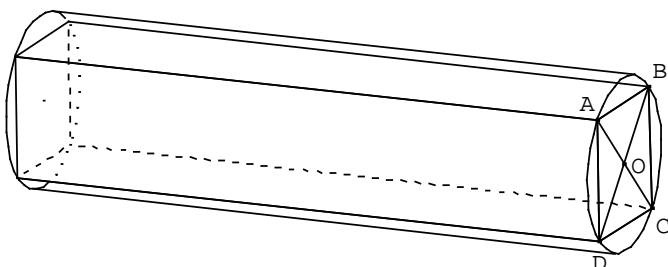
Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 :

Un tronc d'arbre a la forme d'un cylindre de 5 m de hauteur, dont la base est un disque de centre O et de 20 cm de rayon.

Dans ce tronc, on veut tailler une poutre parallélépipédique de 5 m de hauteur dont la base est un carré ABCD, de centre O et de diagonale 40 cm.

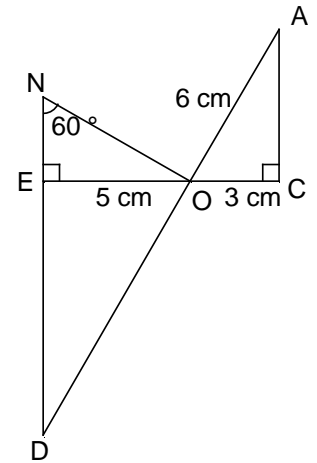
1. Calculer le volume exact du tronc d'arbre exprimé en cm^3 puis son arrondi au cm^3 près.
2. Montrer que l'aire du triangle AOB est égale à 200 cm^2 ; en déduire l'aire du carré ABCD, puis le volume de la poutre.
3. Calculer le pourcentage de bois utilisé. Arrondir au pour-cent près.



Exercice 2 :

Dans la figure ci-contre, on sait que :

- $EO = 5$ cm, $OC = 3$ cm et $OA = 6$ cm ;
 - Les points E, O et C sont alignés ;
 - Les triangles EON et OCA sont respectivement rectangles en E et en C ;
 - La droite (AO) coupe la droite (NE) en D.
1. En considérant le triangle OAC, montrer que la mesure de $[AC]$, en cm, est $3\sqrt{3}$.
 2. a. Justifier que les droites (ED) et (AC) sont parallèles.
b. En déduire les valeurs exactes de OD et ED.
 3. Sachant que $\widehat{ONE} = 60^\circ$, calculer ON. Arrondir au mm.
 4. a. Calculer l'angle \widehat{CAO} . En déduire la mesure de \widehat{ODN} .
b. Démontrer que le triangle DON est rectangle.



Problème (12 points)

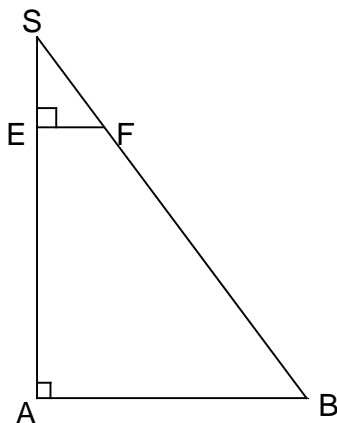


Figure 1

Dans tout le problème,

- le triangle SAB est rectangle en A ;
- E est un point de [SA] et F est un point de [SB] ;
- (EF) et (AB) sont parallèles ;
- $AB = 9$ cm, $SA = 12$ cm et $SE = 3$ cm.

Première partie :

1. Calculer EF.
2. Calculer SB.

La figure 2, représente une pyramide SABCD à base carrée de hauteur [SA]. Sa face avant a été étudiée dans la première partie (figure 1).

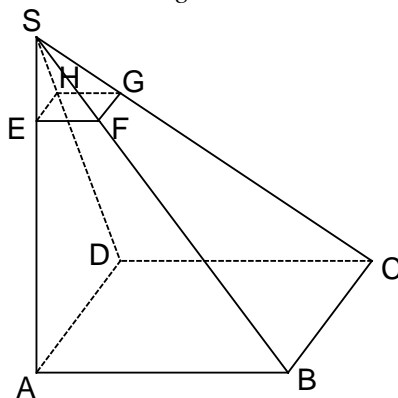


Figure 2

Deuxième partie :

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par E. On rappelle que $SE = 3$ cm.

1. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
2. A l'aide du coefficient de réduction permettant de passer de SABCD à SEFGH, calculer le volume de la pyramide SEFGH.

Troisième partie :

Soit M un point quelconque de [SA]. On désigne alors la longueur SM par x : $SM = x$ cm, x est compris entre 0 et 12 cm.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et passant par M.

1. Montrer que $MN = 0,75x$.
2. On considère la fonction $f : x \mapsto 0,75x$

Compléter le tableau ci-dessous.

x	0	2		9		
Image de x par la fonction f .			3		7,5	9

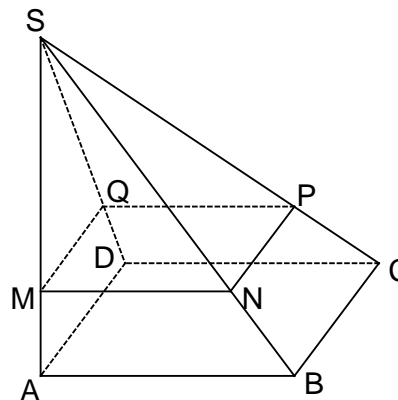


Figure 3

3. Dans un repère orthonormé à tracer sur la page quadrillée, représenter la fonction f pour x compris entre 0 et 12. On prendra 1 cm pour unité sur chaque axe et on placera l'origine en bas à gauche.
4. A l'aide du graphique, déterminer pour quelle valeur de x la longueur MN est égale à 4,5. On laissera apparents les tracés utilisés pour la lecture.
5. a. Soit $\mathcal{A}(x)$ l'aire du carré MNPQ en fonction de x .
Montrer que $\mathcal{A}(x) = 0,5625x^2$.
b. L'aire de MNPQ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier.

