Collège Gustave Doré

BREVET BLANC 2007
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

I. ACTIVITES NUMERIQUES *(12 points)*

EXERCICE 1

On donne l'expression A = $(2x + 3)^2 + (2x + 3)(5x - 7)$

I) 1. Développer et réduire l'expression A.

2. En utilisant la réponse précédente, résoudre : $A - 14x^2 > 14$.
   Donner l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

II) 1. Factoriser l'expression A.

2. Résoudre l'équation $(2x + 3)(7x - 4) = 0$

EXERCICE 2

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352. Indiquer la méthode utilisée.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{352}{682}$ en indiquant la méthode utilisée.

EXERCICE 3

Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.

1. Ecrire sous forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier, le nombre : $A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$.
2. Prouver que : $\dfrac{2 + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 5} = -\dfrac{11}{17}$
3. Calculer le nombre suivant et donner le résultat sous la forme scientifique : $\dfrac{10^{22} \times 7 \times (10^{-2})^6 \times 6}{2 \times 10^{10} \times 35}$

II. ACTIVITES GEOMETRIQUES *(12 points)*

EXERCICE 1

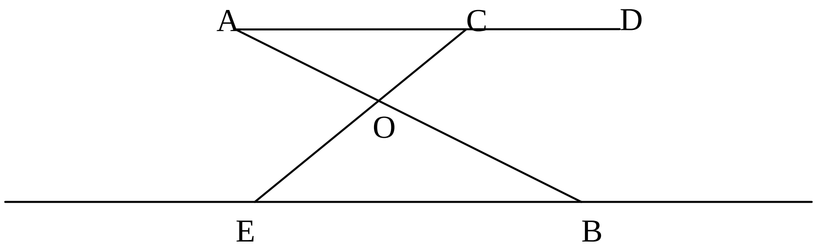
Soit EFG un triangle tel que EF = 12 cm, EG = 5 cm et FG = 13 cm.
M est le point de [FE] tel que FM = 5,5 cm.

1. Construire, en vraie grandeur, le triangle EFG et placer M
2. Prouver que le triangle EFG est rectangle en E.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$. Le résultat sera arrondi au degré près.
4. Placer I, le milieu de [FG] et calculer IE. Justifier votre réponse.
5. Démontrer que MEI est un triangle isocèle.

EXERCICE 2

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.

Le segment [AD] représente la planche. Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.
Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.



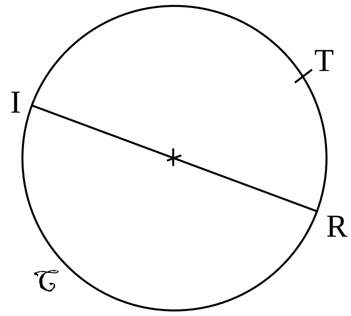
On donne : AD = 125 cm ; AC = 100 cm ; OA = 60 cm ; OB = 72 cm ; OE = 60 cm ; OC = 50 cm

1. Montrer que la droite (AC) est parallèle à la droite (EB).
2. Calculer l'écartement EB en cm.

EXERCICE 3

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de diamètre [IR] où IR = 10 cm.
T est un point de ce cercle tel que IT = 8 cm.

1. Démontrer que ITR est un triangle rectangle.
2. Déterminer $\widehat{TIR}$ et $\widehat{TRI}$ en indiquant la méthode utilisée.



III. PROBLEME *(12 points)*

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm.

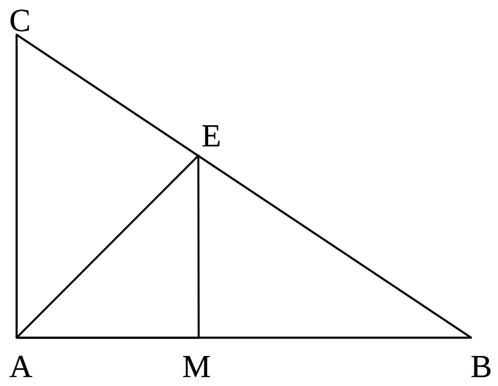
PARTIE 1.

1. Construire ce triangle.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment [BC] en E.

a) Calculer AM.
b) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.
c) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
d) Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?
e) Calculer l'aire du triangle EMB. Est-elle égale au tiers de l'aire du triangle ABC ?

PARTIE 2.

On souhaite placer le point M sur le segment [AB] de telle façon que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire.



On rappelle que AB = 6 cm et AC = 4 cm.

1. On pose BM = x (on a donc $0 \le x \le 6$).

   Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que ME = $\frac{2}{3}x$.

2. Résolution du problème posé.

a) Montrer que MA = $6 - x$.
b) Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.

PARTIE 3.

On souhaite maintenant placer le point M sur le segment [AB] de façon que l'aire du triangle EMB soit égale au tiers de l'aire du triangle ABC.
On rappelle que AB = 6 cm et AC = 4 cm.
On pose BM = x
On admet que ME = $\frac{2}{3}x$.

1. Exprimer l'aire du triangle EMB en fonction de x ;
2. Calculer x pour que l'aire du triangle EMB soit égale à 4 cm². Présenter le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible