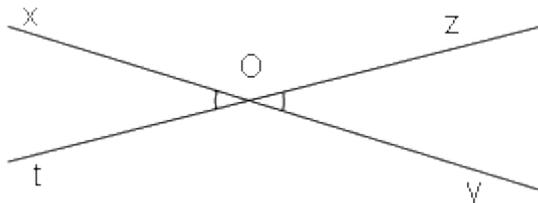


Définition :

Deux angles sont opposés par le sommet s'ils ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

► Exemple :



Les deux droites (xy) et (zt) sont sécantes en O .

Elles définissent 4 angles : \widehat{xOt} , \widehat{tOy} , \widehat{yOz} et \widehat{zOx} .

Les angles \widehat{zOx} et \widehat{tOy} sont opposés par le sommet, ainsi que les angles \widehat{xOt} et \widehat{yOz} .

Propriété :

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

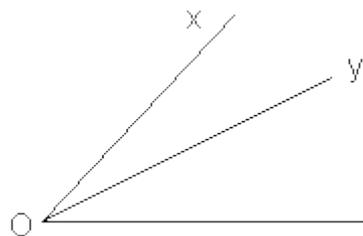
► Exemple : Dans l'exemple précédent : $\widehat{zOx} = \widehat{tOy}$ et $\widehat{xOt} = \widehat{yOz}$.

Définition :

Deux angles sont adjacents s'ils ont le même sommet et un côté commun et s'ils sont situés de part et d'autre du côté commun.

► Exemple :

\widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont deux angles adjacents.



Attention : les angles \widehat{xOz} et \widehat{xOy} ne sont pas adjacents car ils ne sont pas situés de part et d'autre du côté commun [Ox).

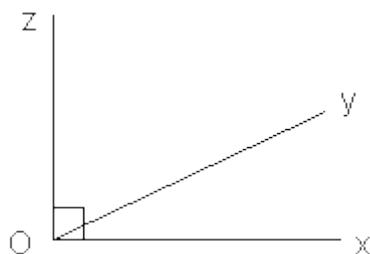
Remarque : Si \widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont deux angles adjacents alors l'angle \widehat{xOz} mesure la somme des mesures des deux autres : $\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz}$.

2. Angles complémentaires - Angles supplémentaires

Définition :

Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 90° .

► Exemple :

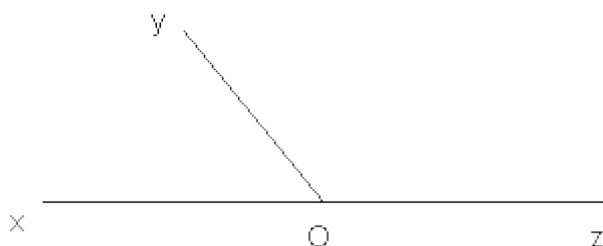


Les angles \widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont adjacents et complémentaires car $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 90^\circ$.

Définition :

Deux angles sont supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180° .

► Exemple :



Les angles \widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont adjacents et supplémentaires car $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

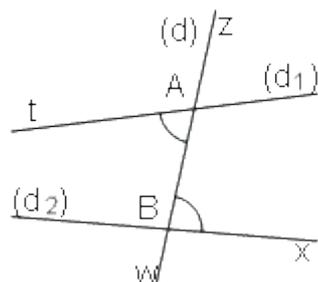
3. Angles alternes-internes, angles correspondants.

On considère deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une troisième (la sécante) (d) .

Définition :

Les angles situés entre (d_1) et (d_2) , de part et d'autre de (d) et non adjacents, sont alternes-internes.

► Exemple :

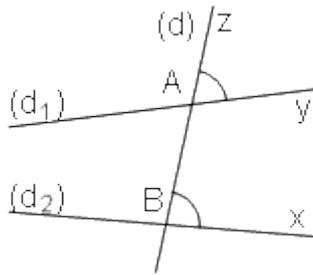


Les angles \widehat{tAw} et \widehat{xBz} sur la figure ci-contre sont alternes-internes

Définition :

Les angles situés d'un même côté de (d) , l'un à côté de (d_1) et l'autre du même côté de (d_2) sont correspondants.

► Exemple :



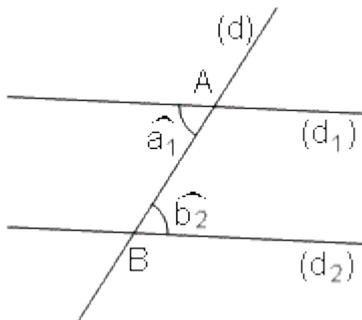
Les angles \hat{a}_1 et \widehat{xBz} sur la figure ci-contre sont correspondants.

II. Angles et parallélisme

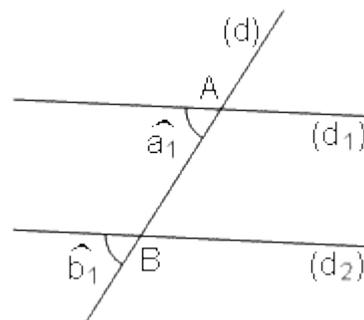
1. Propriétés

- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors deux angles alternes-internes sont de même mesure.
- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors deux angles correspondants sont de même mesure.

► Exemple : On considère deux droites (d_1) et (d_2) parallèles coupées par une sécante (d) .



Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
 Les angles \hat{a}_1 et \hat{b}_2 sont alternes-internes.
 Donc $\hat{a}_1 = \hat{b}_2$.

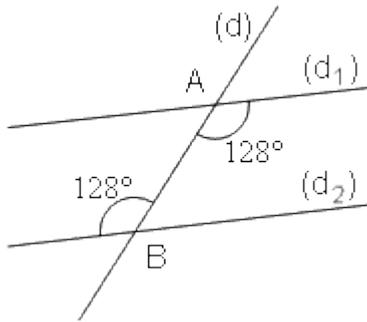


Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
 Les angles \hat{a}_1 et \hat{b}_1 sont correspondants.
 Donc $\hat{a}_1 = \hat{b}_1$.

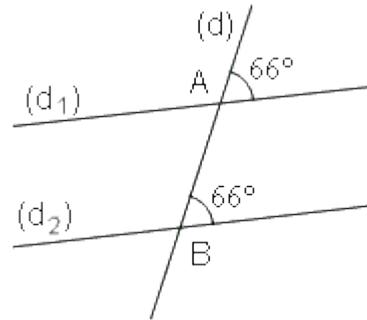
2. Propriétés réciproques

- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.
- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure, alors ces droites sont parallèles.

► Exemple : On considère deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (d) .



Les angles indiqués sur la figure sont alternes-internes et de même mesure (128°).
Donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



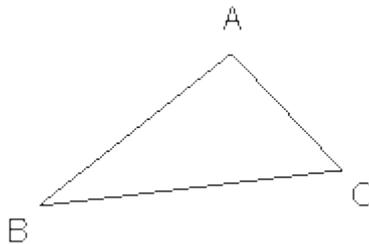
Les angles indiqués sur la figure sont correspondants et de même mesure (66°).
Donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

III. Somme des angles dans un triangle

1. Propriété

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

► Exemple :



Sur la figure ci-contre :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

ou plus simplement : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Soit $\hat{A} = 100^\circ$ et $\hat{B} = 30^\circ$.

Comme $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$, alors $100 + 30 + \hat{C} = 180$

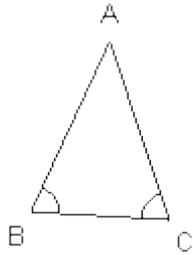
Soit $130 + \hat{C} = 180$.

Donc $\hat{C} = 180 - 130 = 50^\circ$.

2. Cas particuliers

Dans un triangle isocèle, les deux angles de base sont de même mesure.

► Exemple :



Le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.
Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (ou $\widehat{B} = \widehat{C}$).

Si $\widehat{A} = 40^\circ$, on a alors $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 40^\circ + 2 \widehat{B} = 180^\circ$
Donc $2 \widehat{B} = 140^\circ$ soit $\widehat{B} = 140/2 = 70^\circ$.

Dans un triangle équilatéral, les trois angles mesurent 60° .

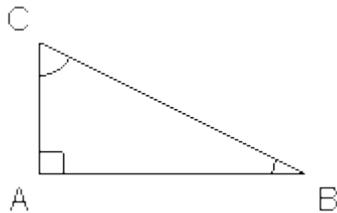
► Exemple :

les trois angles du triangle équilatéral sont de même mesure.

Donc si ABC est équilatéral, alors $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$. Donc $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 3 \widehat{A} = 180^\circ$. Donc $\widehat{A} = 60^\circ$.

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires.

► Exemple :



Le triangle ABC est rectangle en A.

Les angles \widehat{C} et \widehat{B} sont donc complémentaires.

Donc $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$.

En effet, $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ et $\widehat{A} = 90^\circ$.