

Exercices sur les vecteurs (Partie 1)

- 1) ABC est un triangle et I est le milieu de [BC]. Démontrer que $\vec{AB} + \vec{AC} = 2 \vec{AI}$
- 2) ABCD est un rectangle de centre O. Démontrer que $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$
- 3) ABC est un triangle quelconque.
 A' est le milieu de [BC], B' est le milieu de [AC] et C' est le milieu de [AB].
 On note G le centre de gravité du triangle.
 Démontrer que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
 (indication : On injectera le point C' à l'aide de la relation de Chasles, dans \vec{GA} et \vec{GB})
- 4) ABC est un triangle quelconque.
 A' est le milieu de [BC], B' est le milieu de [AC] et C' est le milieu de [AB].
 I. a) Justifier que $\vec{AB} + \vec{AC} = 2 \vec{AA'}$
 b) De même, exprimer $\vec{BA} + \vec{BC}$ et $\vec{CA} + \vec{CB}$ à l'aide d'un vecteur.
 II. En déduire que $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{0}$
- 5) Soient deux points A et B. On note I le point tel que $2 \vec{IA} - 4 \vec{IB} = \vec{0}$
 a. Placer le point I
 b. Démontrer que $\forall M$ du plan, on a $2 \vec{MA} - 4 \vec{MB} = -2 \vec{MI}$
- 6) Soient trois points A, B et C. On note J le point tel que $7 \vec{JA} - 10 \vec{JB} + 3 \vec{JC} = \vec{0}$
 Démontrer que $\forall N$ du plan, on a $7 \vec{NA} - 10 \vec{NB} + 3 \vec{NC} = \vec{0}$
- 7) Soient quatre points A, B, C et D.
 On note I le point tel que $3 \vec{IA} - 2 \vec{IB} = \vec{0}$ et J le point tel que $4 \vec{JC} - 5 \vec{JD} = \vec{0}$
 a. Placer I et J.
 b. Démontrer que $\forall G$ du plan, on a $3 \vec{GA} - 2 \vec{GB} + 4 \vec{GC} - 5 \vec{GD} = \vec{JI}$
- 8) ABC est un triangle et I est le milieu de [AB].
Partie 1 :
 a) Construire le point J tel que $\vec{AJ} = -\vec{AC}$
 b) En déduire que $\vec{IJ} = -\frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC}$
Partie 2 : On note K le point tel que $2 \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{0}$
 a) Exprimer \vec{BK} en fonction de \vec{BC} . Construire K.
 b) En déduire que $\vec{IK} = \frac{1}{6} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$ et que $\vec{IJ} = 3 \vec{IK}$
 Que dire alors des points I, J et K ?
- 9) OIJK est un parallélogramme. A, B et G sont trois points tels que

$$\vec{OA} = \frac{1}{2} \vec{OI} \quad \vec{OB} = \frac{1}{3} \vec{OK} \quad \vec{AG} = \frac{3}{5} \vec{AB}$$

 a. Démontrer que $\vec{OG} = \frac{3}{5} \vec{AB} + \vec{OA}$ puis que $\vec{OG} = \frac{2}{5} \vec{OA} + \frac{3}{5} \vec{OB}$
 b. En déduire que $\vec{OG} = \frac{1}{5} (\vec{OI} + \vec{OK})$ puis que $\vec{OG} = \frac{1}{5} \vec{OJ}$
 c. Que peut-on en déduire sur les points O, G et J ?