

**Exercice : ...**

Le repère  $(O, OI, OJ)$  est orthonormal.

1. On note  $A(2; 8)$ ,  $B(-6; 2)$  et  $C(4; -2)$   
Le triangle  $ABC$  est-il rectangle ?
2. Déterminer la valeur du réel  $x$  pour que les points  $A(5; -2)$ ,  $B(8; 2)$  et  $C(x; 4)$  forment un triangle rectangle en  $A$ .
3. Déterminer la valeur du réel  $x$  pour que les points  $A(5; -2)$ ,  $B(8; 2)$  et  $C(x; 4)$  forment un triangle isocèle en  $B$ .
4. Soient les trois points  $A(3; 4)$ ,  $B(-3; -1)$  et  $C(4; -3)$ .  
On note  $D$  le point de  $[AB]$  tel que  $AD = 5$ .  
On note  $E$  le point de  $[AC]$  tel que  $(DE) \parallel (BC)$ .  
Calculer les longueurs  $AE$  et  $DE$ .
5. Soient  $A(4; 5)$ ,  $B(2; 3)$  et  $C(6; 3)$ .
  - (a) Démontrer que le triangle est isocèle.
  - (b) Déterminer la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{ABC}$ . (Faire deux méthodes)
  - (c) On note  $H$  le pied de la hauteur issue de  $A$ .
    - i. Calculer une valeur approchée de la longueur  $AH$  à l'aide de la trigonométrie.
    - ii. Calculer la valeur exacte de la longueur  $AH$  à l'aide d'une autre méthode.
6. Soient  $A(-3; 1)$ ,  $B(3; 2)$  et  $C(5; -2)$ .
  - (a) Déterminer les coordonnées du milieu de  $[AC]$
  - (b) Si  $ABCD$  est un parallélogramme, quelles sont les coordonnées du milieu de  $[BD]$  ?
  - (c) Sachant que  $ABCD$  est un parallélogramme, déterminer les coordonnées de  $D$ .
7. Soient trois points  $A(5; -2)$ ,  $B(8; 2)$  et  $C(-3; 4)$ 
  - (a) Démontrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .
  - (b) Déterminer la mesure en degrés des angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{CBA}$ .
  - (c) Calculer l'aire du triangle  $ABC$
  - (d) On note  $M$  un point de  $[AC]$  et  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $AM = x$ .  
On note  $N \in [BC]$  et  $P \in [AB]$  tels que  $MNPA$  soit un rectangle.  
On note  $f$  la fonction définie par  $f : x \mapsto Aire_{MNPA}$ 
    - i. Déterminer  $f(x)$  en fonction de  $x$ .
    - ii. Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
    - iii. Démontrer que pour tout  $s \in D_f$ , on a  $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 5)^2 + \frac{25}{2}$
    - iv. Déterminer l'aire  $MNPA$  maximale. En quelle valeur est-elle atteinte ?
8. Soient quatre points  $A(-1; 5)$ ,  $B(-4; 3)$ ,  $C(-2; 0)$  et  $D(1; 2)$ 
  - (a) Démontrer que  $ABCD$  est un carré.
  - (b) On note  $M \in [AB]$ ,  $N \in [BC]$ ,  $P \in [CD]$  et  $Q \in [AD]$  tels que :  $AM = BN = CP = DQ = x$   
On note  $g$  la fonction définie par  $g : x \mapsto Aire_{MNPQ}$   
Déterminer  $f(x)$  en fonction de  $x$ .
  - (c) Quel est l'ensemble de définition de  $g$  ?
  - (d) Démontrer que pour tout  $s \in D_g$ , on a  $g(x) = 2 \left( x - \frac{\sqrt{13}}{2} \right)^2 + \frac{13}{2}$