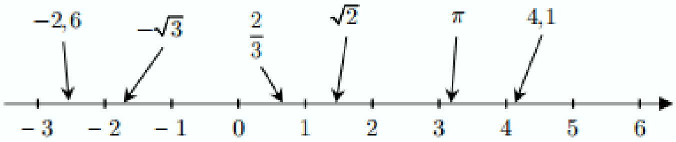
1. Intervalles

1.1. Les nombres réels

Définition

Tous les nombres que nous utilisons s'appellent des nombres <u>réels</u>.
Chaque nombre réel est associé à un point d'une droite graduée : c'est <u>l'abscisse</u> de ce point.

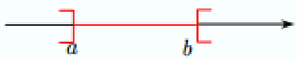


On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels

1.2. Les intervalles de $\mathbb{R}$

Définition

« Les <u>intervalles</u> correspondent aux parties <u>sans trou</u> de la droite numérique »
Voilà une formulation imagée et juste de cette notion.
De façon plus rigoureuse (si $a < b$) :

intervalle	représentation	description : ensemble des réels x vérifiant
intervalle $[a;b]$ (fermé)		$a \leqslant x \leqslant b$
intervalle $]a;b[$ (ouvert)		$a < x < b$
intervalle $[a;b[$		$a \leqslant x < b$
$[a;+\infty[$		$a \leqslant x$
$]-\infty,b[$		$x < b$

En pratique

- ✓ L'ensemble des nombres strictement positifs est l'intervalle $]0;+\infty[$.
- ✓ $\mathbb{R}$ est l'intervalle $]-\infty;+\infty[$.
- ✓ L'ensemble <u>vide</u> ne contient aucun élément, il se note $\varnothing$.
- ✓ Un ensemble contenant <u>un seul réel a</u> se note $\{a\}$

ATTENTION !!!
$-\infty$ et $+\infty$ ne sont pas des nombres.

1.3. Intersection et réunion d'intervalles

Définition

Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$:

(i) <u>L'intersection</u> des intervalles I et J est l'ensemble des réels qui sont à la fois dans l'intervalle I <u>et</u> dans l'intervalle J : Si $x \in I$ <u>et</u> $x \in J$, alors $x \in I \cap J$ (se lit « I inter J »)

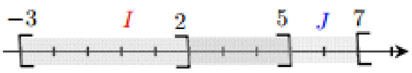
(ii) La <u>réunion</u> des intervalles I et J est l'ensemble des réels qui sont dans l'intervalle I <u>ou</u> dans l'intervalle J : Si $x \in I$ <u>ou</u> $x \in J$, alors $x \in I \cup J$ (se lit « I union J »)

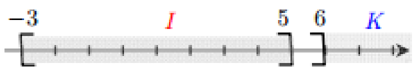
ATTENTION !!!
Quand on écrit $x \in I$ <u>ou</u> $x \in J$, cela peut vouloir dire que x appartient à I et à J.

En effet
En maths le « ou » est inclusif, alors que dans le langage courant le « ou » est exclusif.

Exercice
Soit trois intervalles $I = [-3;5]$, $J =]2;7[$ et $K =]6;+\infty[$. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$; puis $I \cap K$ et $I \cup K$.

Solution





On a donc $I \cap J =]2;5]$ et $I \cup J = [-3;7[$

$I \cap K = \varnothing$ et $I \cup K = [-3;5] \cup]6;+\infty[$