Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie
16 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. La solution exacte de l'équation $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{3}{10}$ est :

   a. 1,74 **b.** $\dfrac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 2}$ **c.** $-\dfrac{\ln 3}{\ln 5}$ **d.** 0,6

2. f est la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2}$.

   La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

   a. $4\mathrm{e}^4 - 4\mathrm{e}^{-4}$ **b.** $4\left(\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^{-4}\right)$ **c.** 0 **d.** 1

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = (2x+3)\ln x$.

   On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

   On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

   Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ on a :

   a. $f'(x) = \dfrac{2x+3}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{2}{x}$

   c. $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x} + 2$ **d.** $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x}$

4. Une grandeur a été augmentée de 5 % la première année, puis de 7 % la deuxième année.

   Sur ces deux années, le pourcentage global d'augmentation est égal à :

   a. 12 % **b.** 35 % **c.** 0,35 % **d.** 12,35 %

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publiée par le Ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les évènements suivants :

— A « le candidat a suivi la filière AAC » ;
— R « le candidat a été reçu à l'examen ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. **a.** Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.
   b. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité $P(A \cap R)$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.
3. Justifier que $P(R) = 0{,}6028$.
4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
   On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

PARTIE B

Un responsable d'auto-école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à $0,62$.
Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permis de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.
2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?
   Justifier votre réponse.

PARTIE C

Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention Routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1 500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1 090 € et 1 910 €.
2. Déterminer $P(X \leqslant 1155)$.
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
3. **a.** Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant $P(X \geqslant a) = 0,2$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Exercice 3 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4000$ et, pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} = 0,996 \times u_n + 7,2$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année $2015 + n$.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule et affiche la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

Variables :	N est un entier naturel
	U est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 2015
	Affecter à U la valeur 4 000
Traitement :	n prend la valeur 0
Sortie :	Afficher N

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1800$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.
   b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 2200 \times 0,996^n + 1800$.
   c. Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.
4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 millions d'arbres en 10 ans.
   En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.
   On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.
   L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?
   Justifier la réponse.

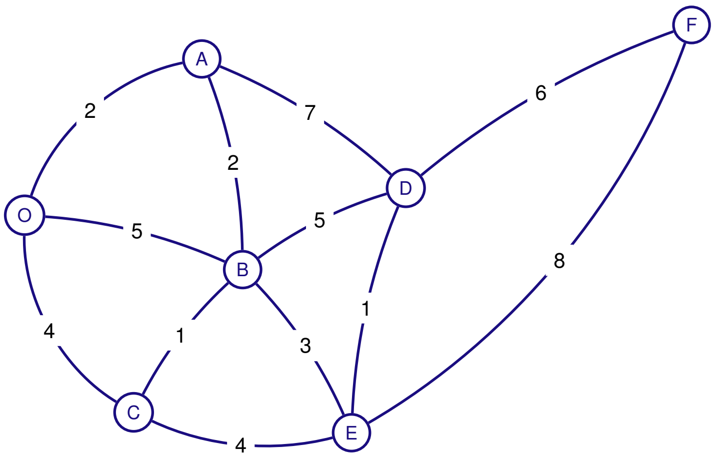
Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Alex a téléchargé sur son smartphone un jeu lui permettant de combattre des animaux virtuels par localisation GPS. Le graphe pondéré représenté ci-dessous illustre le trajet qu'Alex doit suivre en marchant dans les rues de sa ville et le nombre d'animaux virtuels qu'il doit combattre sur la route suivie.



À l'aide d'un algorithme, déterminer le nombre minimal de créatures qu'Alex doit combattre s'il part du point O pour arriver au point F de la ville. Détailler les étapes de l'algorithme.

PARTIE B

Alex retrouve d'autres personnes, ayant le même jeu, dans le parc de la ville dans le but de comparer le nombre de créatures qu'ils ont combattues.
Le premier jour, 8 personnes se sont retrouvées dans le parc. Le second jour, on comptait 25 personnes et le troisième jour, 80 personnes se sont retrouvées dans le parc.
Soit f la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont trois nombres réels et x un nombre entier compris entre 1 et 10. On admet que la fonction f modélise le nombre de personnes qui se retrouvent dans le parc le x-ième jour.

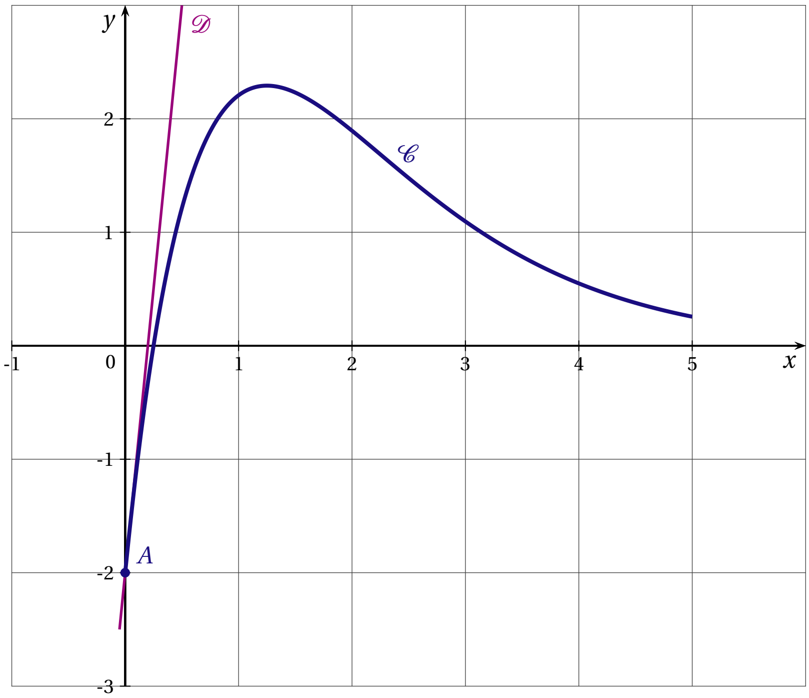
1. Traduire l'énoncé par un système de trois équations à trois inconnues a, b et c.
2. Vérifier que ce système est équivalent à l'équation $AX = B$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 8 \\ 25 \\ 80 \end{pmatrix}$$

3. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 & 0,5 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.
   a. Calculer $M \times A$.
   b. Que représente la matrice M pour la matrice A ?
4. À l'aide d'un calcul matriciel, déterminer les valeurs des nombres a, b et c.
5. Le parc de la ville a une capacité d'accueil de 2 500 personnes.
   Selon ce modèle, le parc risque-t-il de refuser d'accueillir des personnes un de ces dix jours ?
   Justifier la réponse.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par $f(x) = (ax - 2)\mathrm{e}^{-x}$, où a est un nombre réel.
On admet dans tout l'exercice que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.



Les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$ passent toutes les deux par le point $A(0;-2)$.
La droite $\mathscr{D}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A et admet pour équation $y = 10x - 2$.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Donner, à l'aide des informations ci-dessus et sans justifier les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. **a.** Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 5]$ on a :

$$f'(x) = (-ax + a + 2)\mathrm{e}^{-x}$$

b. Déduire des questions précédentes que $a = 8$.

c. Donner l'expression de $f'(x)$.

3. **a.** Préciser le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 5]$. On pourra faire un tableau.

b. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur ce même intervalle.

c. Résoudre sur l'intervalle $[0;5]$ l'équation $f(x) = 0$.

4. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants :

1	$g(x) := (-8*x+10)*\exp(-x)$ $\rightarrow g(x) := (-8x+10)\,\mathrm{e}^{-x}$
2	Dériver $[g(x), x]$ $\rightarrow (8*x-18)*\exp(-x)$
3	Résoudre $[(8*x-18)*\exp(-x) > 0, x]$ $\rightarrow x > 9/4$

En utilisant ces résultats :

a. Donner l'expression de f'', fonction dérivée seconde de la fonction f.

b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion dont on donnera la valeur exacte de l'abscisse.

5. Une entreprise fabrique des grille-pains. Après avoir fait une étude, son directeur constate que si l'entreprise fabrique chaque jour x milliers de grille-pains (où x est un nombre réel de l'intervalle $[0;5]$), alors le bénéfice quotidien est donné, en centaine de milliers d'euros, par la fonction f définie par :

$$f(x) = (8x - 2)\mathrm{e}^{-x}$$

a. Quelle quantité de grille-pains l'entreprise doit-elle fabriquer afin de réaliser un bénéfice maximal ?

b. Quel est alors la valeur de ce bénéfice maximal ?

On donnera une valeur approchée du résultat à l'euro près.