

❧ Baccalauréat ES Pondichéry ❧
21 avril 2016

Exercice 1

4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des quatre questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = 3x - x \ln x.$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$ on a :

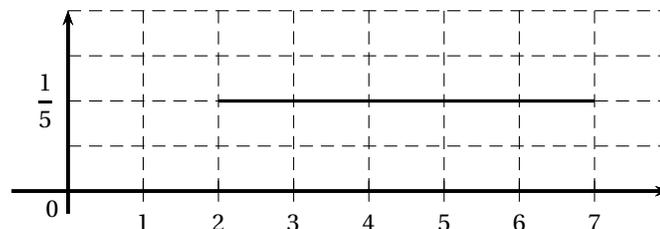
a. $f'(x) = 3 - \frac{1}{x}$ b. $f'(x) = 3 - \ln x$ c. $f'(x) = 2 - \ln x$

2. On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

a. 4 095 b. 8 191 c. $\frac{1-2^{14}}{1-2}$

3. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[2; 7]$ dont la fonction de densité est représentée ci-dessous.



$P(A)$ désigne la probabilité d'un événement A et $E(X)$ l'espérance de la variable aléatoire X .

a. $P(3 \leq X \leq 7) = \frac{1}{4}$ b. $P(X \geq 4) = P(2 \leq X \leq 5)$ c. $E(X) = \frac{9}{5}$

4. On réalise un sondage sur un échantillon de n personnes (n , entier naturel non nul).

Parmi les tailles de l'échantillon proposées ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 avec une amplitude de 0,02 ?

a. $n = 5000$ b. $n = 100$ c. $n = 10000$

Exercice 2**6 points****Commun à tous les candidats****La partie A peut être traitée indépendamment des parties B et C.**

L'entreprise *BBE (Bio Bois Énergie)* fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et des poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.

L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$C(x) = 0,3x^2 - x + e^{-x+5}$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.

- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.

La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$R(x) = 3x$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.

- On définit par $D(x)$ le résultat net quotidien de l'entreprise en centaines d'euros, c'est-à-dire la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$, où x désigne la quantité de granulés en tonnes.

Partie A : Étude graphique

Sur le graphique situé en annexe, on donne \mathcal{C} et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O .

Dans cette partie A, répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer la quantité de granulés en tonnes pour laquelle le coût quotidien de l'entreprise est minimal.
2. **a.** Déterminer les valeurs $C(6)$ et $R(6)$ puis en déduire une estimation du résultat net quotidien en euros dégagé par l'entreprise pour 6 tonnes de granulés fabriqués et vendus.
- b.** Déterminer les quantités possibles de granulés en tonnes que l'entreprise doit produire et vendre quotidiennement pour dégager un résultat net positif, c'est-à-dire un bénéfice.

Partie B : Étude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$g(x) = -0,6x + 4 + e^{-x+5}.$$

On admet que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ et on note g' sa fonction dérivée.

1. **a.** Calculer $g'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$.
- b.** En déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
2. **a.** Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; 15]$, en précisant les valeurs $g(1)$ et $g(15)$ arrondies à l'unité.

- b. Le tableau de variation permet d'affirmer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.
- c. Dédurre des questions précédentes le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 15]$.

Partie C : Application économique

1. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a :

$$D(x) = -0,3x^2 + 4x - e^{-x+5}.$$

2. On admet que la fonction D est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ et on note D' sa fonction dérivée.
Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a $D'(x) = g(x)$, où g la fonction étudiée dans la partie B.
3. En déduire les variations de la fonction D sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
4. a. Pour quelle quantité de granulés l'entreprise va-t-elle rendre son bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à 0,1 tonne près.
- b. Calculer alors le bénéfice maximal à l'euro près.

Exercice 3

5 points

Commun à tous les candidats

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :

- 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
- 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les événements suivants :

- G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
- R : « Le candidat a été reçu ».

Pour tout événement A , on note $P(A)$ sa probabilité et \bar{A} son événement contraire.

De plus, si B est un autre événement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B .

1. Préciser les probabilités $P(G)$, $P(T)$, $P_T(R)$ et $P_G(R)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.
3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,1812.
4. Le ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.

- a. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,248 45.
- b. Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

Partie B

À l'issue des épreuves du baccalauréat, une étude est faite sur les notes obtenues par les candidats en mathématiques et en français.

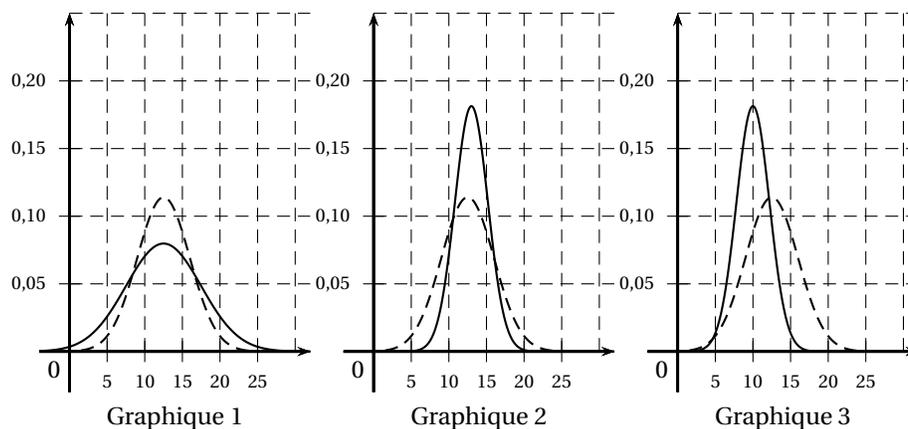
On admet que la note de mathématiques peut être modélisée par une variable aléatoire X_M qui suit la loi normale de moyenne 12,5 et d'écart-type 3,5.

De même la note de français peut être modélisée par une variable aléatoire X_F qui suit la loi normale de moyenne 13,2 et d'écart-type 2,1.

1. Déterminer $P(9 \leq X_M \leq 16)$ en donnant le résultat arrondi au centième.
2. Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté en pointillé la fonction densité associée à la variable aléatoire X_M .

La fonction densité associée à X_F est représentée sur un seul de ces graphiques.

Quel est ce graphique ? Expliquer le choix.



Exercice 4

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En janvier 2016, une personne se décide à acheter un scooter coûtant 5 700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 700 euros, au taux mensuel de 1,5%. Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois. Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5% puis baisse de 300 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2016.

On note u_n le capital restant dû en euros juste après la n -ième mensualité (n entier naturel non nul). On convient que $u_0 = 5 700$.

Les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,01 près si nécessaire.

- a. Démontrer que u_1 , capital restant dû au 26 février 2016 juste après la première mensualité, est de 5 485,50 euros.
- b. Calculer u_2 .

2. On admet que la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 1,015u_n - 300.$$

On considère l'algorithme suivant :

Variabes :	n est un entier naturel u est un nombre réel
Traitement :	Affecter à u la valeur 5 700 Affecter à n la valeur 0 Tant que $u > 4500$ faire u prend la valeur $1,015 \times u - 300$ n prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaires entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de u	5 700			
Valeur de n	0			
$u > 4500$ (vrai/faux)	vrai		vrai	faux

- b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20000$.
- a. Montrer que pour tout entier naturel n , on a : $v_{n+1} = 1,015 \times v_n$.
- b. En déduire que pour tout entier naturel n , on a :
 $u_n = 20000 - 14300 \times 1,015^n$.
4. À l'aide de la réponse précédente, répondre aux questions suivantes :
- a. Démontrer qu'une valeur approchée du capital restant dû par l'emprunteur au 26 avril 2017 est 2 121,68 euros.
- b. Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt.
- c. Quel sera le montant de la dernière mensualité ?
- d. Lorsque la personne aura terminé de rembourser son crédit à la consommation, quel sera le coût total de son achat ?

Exercice 4

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une étude statistique sur une population d'acheteurs a montré que :

- 90 % des personnes qui ont fait leur dernier achat en utilisant internet affirment vouloir continuer à utiliser internet pour faire le suivant. Les autres personnes comptent faire leur prochain achat en magasin ;
- 60 % des personnes qui ont fait leur dernier achat en magasin affirment vouloir continuer à effectuer le suivant en magasin. Les autres comptent effectuer leur prochain achat en utilisant internet.

Dans toute la suite de l'exercice, n désigne un entier naturel non nul. Une personne est choisie au hasard parmi les acheteurs. On note :

- a_n la probabilité que cette personne fasse son n -ième achat sur internet ;
- b_n la probabilité que cette personne fasse son n -ième achat en magasin.

On suppose de plus que $a_1 = 1$ et $b_1 = 0$.

On note $P_n = (a_n \quad b_n)$ l'état probabiliste correspondant au n -ième achat. Ainsi $P_1 = (1 \quad 0)$.

On note :

- A l'état : « La personne effectue son achat sur internet » ;
- B l'état : « La personne effectue son achat en magasin ».

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B .
2. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.
3. a. Calculer la matrice M^4 .
b. En déduire que la probabilité que la personne interrogée fasse son 5^e achat sur internet est égale à 0,8125.
4. On note $P = (a \quad b)$ l'état stable associé à ce graphe.
a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 0,1a - 0,4b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

- b. Résoudre le système précédent.
- c. À long terme, quelle est la probabilité que cette personne fasse ses achats sur internet ?
5. a. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

- b. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche le plus petit entier naturel n non nul tel que $a_n \leq 0,801$.

Variables :	N est un entier naturel A est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 1 Affecter à A la valeur 1
Traitement :	Tant que ... Affecter à A la valeur $0,5 \times A + 0,4$ Affecter à N la valeur ...
Sortie :	Fin Tant que Afficher N

- c. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme en sortie ?

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie

