

Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion  
13 septembre 2013

A. P. M. E. P.

**EXERCICE 1**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.

On admet que ces proportions restent stables.

**Partie A**

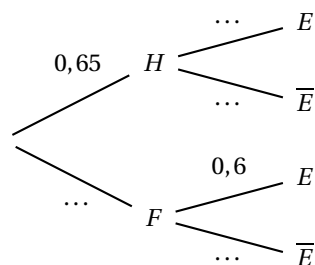
On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note  $H$  l'évènement « la personne choisie est un homme »,  $F$  l'évènement « la personne choisie est une femme »,  $E$  l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et  $\bar{E}$  l'évènement contraire de  $E$ .

**Rappel des notations :**

Si  $A$  et  $B$  sont deux évènements donnés,  $P(A)$  désigne la probabilité que l'évènement  $A$  se réalise et  $P_B(A)$  désigne la probabilité de l'évènement  $A$  sachant que l'évènement  $B$  est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2. a. Traduire par une phrase l'évènement  $E \cap F$  et calculer sa probabilité.  
b. Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.  
c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? On donnera le résultat arrondi au centième.

**Partie B**

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note  $X$  la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

- Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
- Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (On arrondira le résultat au centième).
- Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. On donnera une valeur arrondie au dix millième.

**EXERCICE 2**  
**Enseignement obligatoire–L**

**5 points**

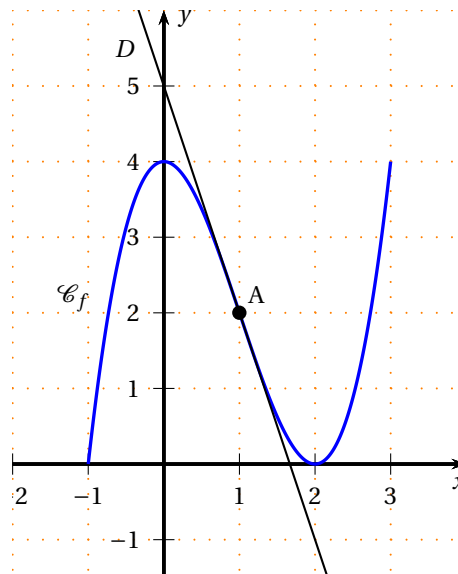
On considère une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-1 ; 3]$ , deux fois dérivable sur cet intervalle et dont la représentation  $\mathcal{C}_f$  dans un repère orthonormé est proposée ci-contre.

On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ , par  $f''$  la fonction dérivée seconde de  $f$ , par  $F$  une primitive de  $f$  (On admet l'existence de  $F$ ).

La droite  $D$  est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  d'abscisse 1, seul point en lequel la courbe traverse la tangente.

L'axe des abscisses est tangent à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2.

La tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0 est la droite d'équation  $y = 4$ .



Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie.

Une réponse juste apporte un point. Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

- $f$  est convexe sur l'intervalle  $[-1 ; 0]$ .
  - $f$  est concave sur l'intervalle  $]1 ; 2[$ .
  - $f$  est convexe sur l'intervalle  $]1 ; 3[$ .
  - $\mathcal{C}_f$  est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse  $-1$ .
- $f(1) = 5$
  - $f'(1) = 2$
  - $f''(1) = -3$
  - La tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 1 a pour équation  $y = -3x + 5$ .
- $f'(x) > 0$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $] -1 ; 2[$ .
  - $f'$  est croissante sur l'intervalle  $]1 ; 2[$ .
  - $f(x) = 0$  si et seulement si  $x = 0$  ou  $x = 2$
  - $f'(x) \leq 0$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $] -2 ; -1[$ .
- $\int_{-1}^0 f(x) dx < 0$
  - $3 < \int_0^2 f(x) dx < 6$

- c.  $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx$
- d. La valeur moyenne de  $f$  sur l'intervalle  $[0; 2]$  est égale à 1.
5. a.  $f'$  est croissante sur l'intervalle  $] - 1 ; 2[$ .
- b.  $F$  est croissante sur l'intervalle  $] - 1 ; 2[$ .
- c.  $f$  est croissante sur l'intervalle  $] - 1 ; 2[$ .
- d.  $F(1) > F(2)$

**EXERCICE 2****5 points****Enseignement de spécialité****Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.**

Un lycée d'une grande ville de province organise un forum des grandes écoles de la région pour aider ses élèves dans leurs choix d'orientation post-bac.

**PARTIE A**

Une des écoles a effectué une étude sur la mobilité des étudiants de la promotion de 2008 en ce qui concerne les choix de carrière.

Elle a relevé qu'en 2008, à la fin de leurs études, 25 % des diplômés sont partis travailler à l'étranger alors que le reste de la promotion a trouvé du travail en France.

On a observé ensuite qu'à la fin de chaque année, 20 % des personnes ayant opté pour l'étranger reviennent sur un poste en France alors que 10 % des personnes travaillant en France trouvent un poste à l'étranger. On considère que cette situation perdure.

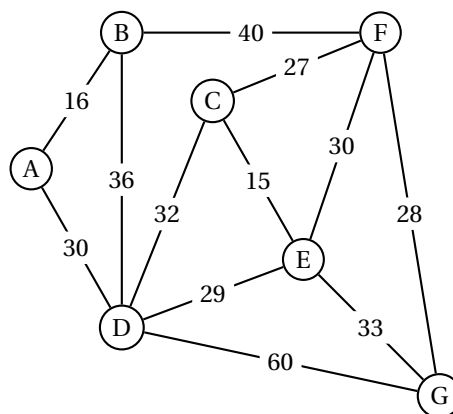
On note  $P_n = (e_n \quad l_n)$  la matrice correspondant à l'état probabiliste en  $2008 + n$ , avec  $e_n$  la probabilité que la personne travaille à l'étranger,  $l_n$  celle qu'elle travaille en France.

Ainsi  $P_0 = (0,25 \quad 0,75)$ .

- Proposer le graphe probabiliste associé à cette situation. On désignera par E (étranger) et F (France) les deux sommets.
- Donner la matrice de transition  $M$  associée en prenant les sommets dans l'ordre E puis F.
- Montrer qu'en 2011, la proportion des étudiants de la promotion 2008 travaillant à l'étranger est de 30,475 %.
- Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu.

**PARTIE B**

Pour clôturer cette journée, un groupe de lycéens musiciens a décidé d'organiser un concert. Ils décident de faire le tour de tous les lycées de la ville et de distribuer des prospectus sur le trajet pour faire de la publicité pour cette soirée. Les membres du groupe ont établi le graphe ci-contre. Les sommets représentent les différents lycées et les arêtes, les rues reliant les établissements. Les arêtes sont pondérées par les durées des trajets entre deux sommets consécutifs, exprimées en minutes.



1. Existe-t-il un trajet d'un lycée à un autre permettant de parcourir toutes les rues une fois et une seule ?  
Si oui, donner un tel trajet, si non expliquer pourquoi.
2. Arrivé en retard au lycée A, un membre du groupe veut trouver le chemin le plus rapide pour rejoindre ses camarades au lycée G. Quel trajet peut-il prendre ? Quelle est alors la durée du parcours ?

**EXERCICE 3****5 points****Commun à tous les candidats****PARTIE A**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-10 ; 30]$  par

$$f(x) = 5 + xe^{0,2x-1}.$$

On admet que  $f$  est dérivable sur cet intervalle et admet des primitives sur cet intervalle.

1. Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .  
Montrer que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[-10 ; 30]$ ,  $f'(x) = (0,2x+1)e^{0,2x-1}$ .
2. En déduire le sens de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[-10 ; 30]$ .
3. Justifier que l'équation  $f(x) = 80$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0 ; 20]$  et donner un encadrement de  $\alpha$  à 0,1 près.
4. Soit  $F$  la fonction définie sur  $[-10 ; 30]$  par

$$F(x) = 5(x-5)e^{0,2x-1} + 5x.$$

On admet que  $F$  est une primitive de  $f$  dans l'intervalle  $[-10 ; 30]$ .

- a. Calculer la valeur exacte de  $I = \int_5^{10} f(x) dx$ .
- b. En déduire la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[5 ; 10]$ . (On donnera une valeur arrondie au centième.)

**PARTIE B**

En 2010, un styliste a décidé d'ouvrir des boutiques de vêtements à prix modérés, tout d'abord dans son pays d'origine, puis dans la communauté européenne et au niveau mondial.

Il a utilisé la fonction  $f$  définie dans la partie A mais seulement sur l'intervalle  $[0 ; 20]$  pour modéliser son développement et a désigné par  $f(x)$  le nombre de magasins de son enseigne existant en  $2010 + x$ .

1. Calculer  $f(0)$  et interpréter le résultat.
2. En utilisant la partie A, indiquer à partir de quelle année la chaîne possédera 80 boutiques.
3. Chaque magasin a un chiffre d'affaires journalier moyen de 2 500 euros.  
Si on considère qu'un magasin est ouvert 300 jours par an, calculer à la centaine d'euros près, le chiffre d'affaires annuel moyen que le styliste peut espérer pour l'ensemble de ses boutiques entre 2015 et 2020.

**EXERCICE 4****5 points****Commun à tous les candidats**

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.

D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par  $u_n$  le nombre d'exposants en  $(2012 + n)$  avec  $n$  un entier naturel.

Ainsi  $u_0$  est le nombre d'exposants en 2012, soit  $u_0 = 110$ .

1. Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$ .
3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.

Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

|                         |  |
|-------------------------|--|
| <b>Variables :</b>      | $u$ est un nombre réel<br>$n$ est un nombre entier naturel                       |
| <b>Initialisation :</b> | Affecter à $u$ la valeur ...<br>Affecter à $n$ la valeur 2012                    |
| <b>Traitement :</b>     | Tant que ...<br>Affecter à $u$ la valeur ...<br>Affecter à $n$ la valeur $n + 1$ |
| <b>Sortie :</b>         | Afficher ...   |

4. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $v_n = u_n - 300$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,9.
  - b. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$ .
  - c. Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.
5. L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?