


Baccalauréat ES Amérique du Nord

31 mai 2012

EXERCICE 1

6 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population du Nigeria, en millions d'habitants .

	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Population en millions (y_i)	45,158	50,414	56,467	63,948	74,523	85,151	97,338	110,449	124,842	140,879

Source : perspective monde, université de Sherbrooke. La banque mondiale

Partie A

- Dans un premier temps, on décide de faire un ajustement affine. On note (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Déterminer en utilisant la calculatrice, une équation de (d). On arrondira les coefficients au millième.
- À l'aide de cet ajustement, faire une estimation de la population du Nigeria en 2010. On arrondira la réponse au millier d'habitants.

Partie B

Dans cette partie, toutes les valeurs seront arrondies au millième.

- En 2010 on a noté une population de 154,729 millions d'habitants au Nigeria. On décide alors de faire un ajustement exponentiel. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i = \ln(y_i)$										

- Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
- En déduire une expression de la population du Nigeria y en millions d'habitants en fonction du rang x de l'année sous la forme $y = ke^{mx}$.
- Utiliser cet ajustement pour estimer la population du Nigeria en 2010.
- D'après l'Institut National d'Études Démographiques (INED) la population du Nigeria devrait dépasser 430 millions d'habitants en 2050. Que peut-on penser de cette estimation ?

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un restaurateur propose trois formules à midi :

Formule A : Plat du jour / Dessert / Café

Formule B : Entrée / Plat du jour / Dessert / Café

Formule C : Entrée / Plat du jour / Fromage / Dessert / Café

Lorsqu'un client se présente au restaurant pour le repas de midi, il doit choisir une des trois formules proposées et commander ou non du vin.

Le restaurateur a constaté qu'un client sur cinq choisit la formule A, tandis qu'un client sur deux choisit la formule B.

On sait aussi que :

- Parmi les clients qui choisissent la formule A , une personne sur quatre commande du vin.
- Parmi les clients qui choisissent la formule B , deux personnes sur cinq commandent du vin.
- Parmi les clients qui choisissent la formule C , deux personnes sur trois commandent du vin.

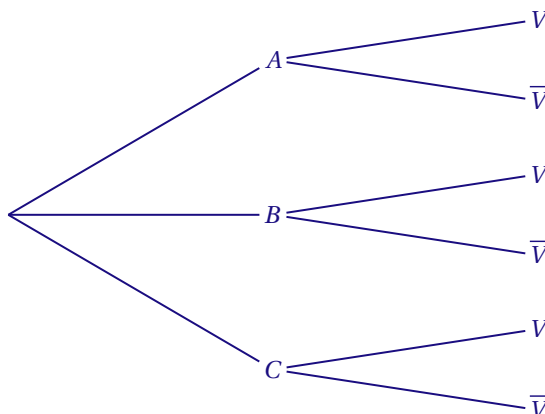
Un client se présente au restaurant pour le repas de midi. On considère les évènements suivants :

- A : « le client choisit la formule A »
- B : « le client choisit la formule B »
- C : « le client choisit la formule C »
- V : « le client commande du vin »

Si A et B désignent deux évènements d'une même expérience aléatoire, alors on notera \bar{A} l'évènement contraire de A , $p(A)$ la probabilité de l'évènement A et $p_A(B)$ la probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé.

Les probabilités demandées seront arrondies, si c'est nécessaire, au centième.

1. Calculer $p(C)$.
2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités donné ci-dessous.



3. Montrer que $p(V) = 0,45$.
4. Le client commande du vin. Calculer la probabilité qu'il ait choisi la formule A .
5. La formule A coûte 8 euros, la formule B coûte 12 euros et la formule C coûte 15 euros. Le vin est en supplément et coûte 3 euros. On note D la dépense en euro d'un client venant manger à midi dans ce restaurant.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de D .
 - b) Calculer la dépense moyenne par client en euro.

EXERCICE 2

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un club de sport propose à ses adhérents deux types d'abonnements : l'abonnement de type A qui donne accès à toutes les installations sportives et l'abonnement de type B qui, en plus de toutes les installations sportives, donne accès au sauna, au hammam et au jacuzzi. Chaque adhérent doit choisir un des deux abonnements.

La première année, en 2010, 80% des clients ont choisi l'abonnement de type A. On considère ensuite que 30% des adhérents ayant un abonnement de type A changent d'abonnement pour l'année suivante, tandis que 10% des adhérents ayant un abonnement de type B changent d'abonnement pour l'année suivante.

Soit n un entier supérieur ou égal à 0.

On note a_n la proportion des adhérents ayant un abonnement de type A l'année $2010 + n$.

On note b_n la proportion des adhérents ayant un abonnement de type B l'année $2010 + n$.

Enfin on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année $2010 + n$.

1. Déterminer P_0 .
2. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
3. Écrire la matrice de transition M associée à cette situation.
4. Déterminer la matrice P_2 . En déduire la probabilité pour qu'en 2012 un adhérent choisisse l'abonnement de type A.
5. Montrer que pour tout entier n supérieur ou égal à 0, $a_{n+1} = 0,6a_n + 0,1$.
6. Pour tout entier n supérieur ou égal à 0, on pose $u_n = 4a_n - 1$.
Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,6. Préciser son premier terme.
7. Pour tout entier n supérieur ou égal à 0, exprimer u_n en fonction de n . En déduire a_n en fonction de n .
8. Calculer la limite de la suite (a_n) puis interpréter concrètement ce résultat.

EXERCICE 3

6 points

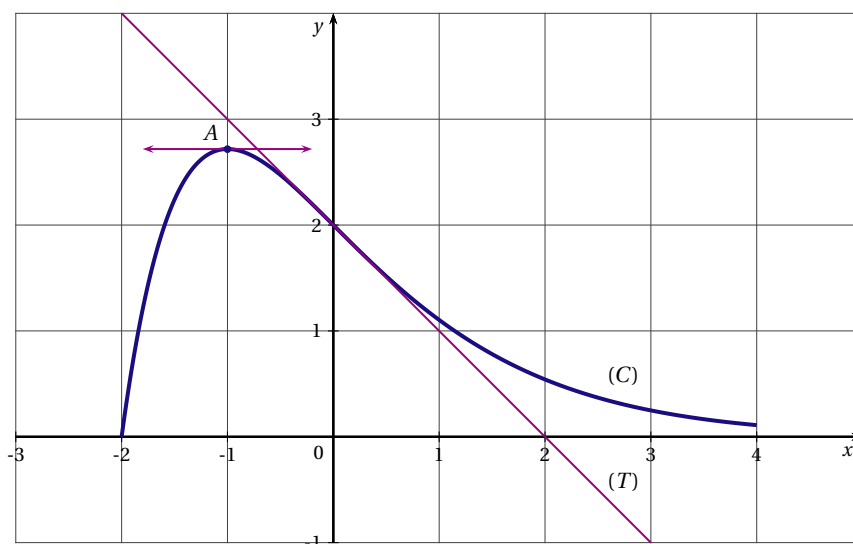
Commun à tous les candidats

Partie A

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative (C) d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 4]$.

On nomme A le point de (C) d'abscisse -1 et B le point de (C) d'abscisse 0 .

- La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2; -1]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[-1; 4]$
- La tangente à (C) au point A est horizontale.
- La droite (T) est la tangente à (C) au point B et a pour équation $y = -x + 2$



Pour chacune des questions qui suivent, toute réponse sera justifiée.

1. a) Donner la valeur de $f'(-1)$.
- b) Déterminer le signe de $f'(2)$.

- c) Interpréter graphiquement $f'(0)$, puis donner sa valeur.
2. Encadrer, avec deux entiers consécutifs, l'intégrale $\int_{-1}^0 f(x) dx$ exprimée en unité d'aire.

Partie B

La fonction f de la **Partie A** a pour expression $f(x) = (x+2)e^{-x}$.

- Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A de la courbe (C) .
- Justifier par le calcul le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2;4]$.
- Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[-2;4]$ par $F(x) = (-x-3)e^{-x}$ est une primitive de f .
- Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\int_{-1}^0 f(x) dx$.
 - Vérifier la cohérence de ce résultat avec celui de la question 2 de la partie A.

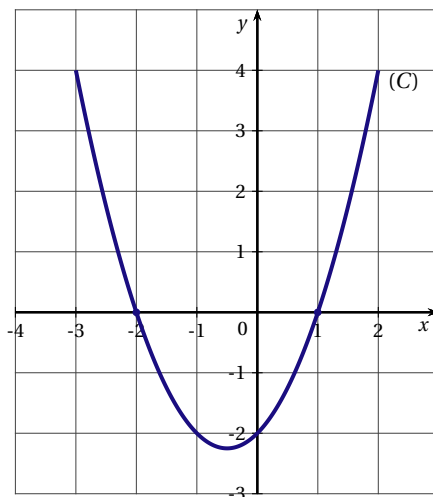
EXERCICE 4

3 points

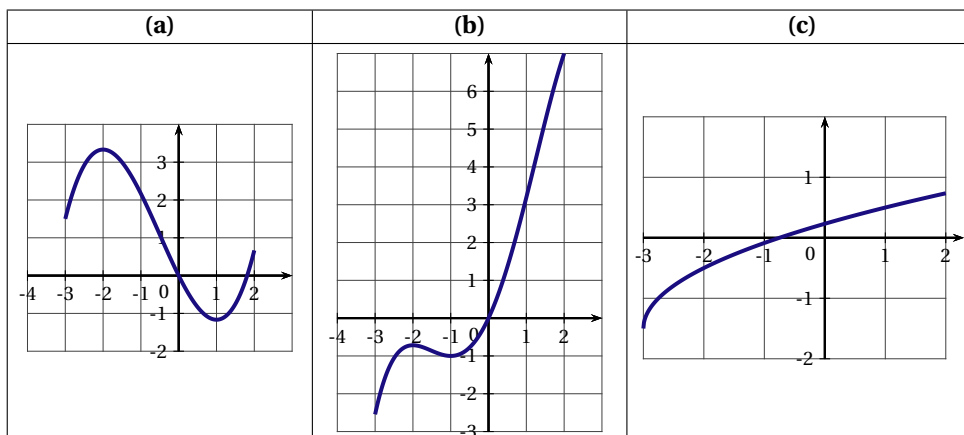
Commun à tous les candidats

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

- On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe (C) d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3;2]$. La courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse -2 et au point B d'abscisse 1 .



Parmi les trois courbes proposées ci-dessous, déterminer la seule qui représente une primitive de f sur l'intervalle $[-3;2]$.



2. On admet que l'équation $xe^{2x-1} = 2$ n'a qu'une solution α dans \mathbb{R} .
Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Une entreprise produit des tentes. Le coût marginal, en milliers d'euros, pour la production de x centaines de tentes, avec $0 \leq x \leq 20$ est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par $f(x) = \frac{2}{x+1}$.
On note C la fonction qui représente le coût total exprimé en milliers d'euros pour une production de x centaines de tentes, avec $0 \leq x \leq 20$.
On assimile le coût marginal à la dérivée de la fonction coût total, c'est à dire à la dérivée de la fonction C .
Sachant que les coûts fixes sont de 5 000 euros, déterminer le coût total en milliers d'euros, pour une production de x centaines de tentes, avec $0 \leq x \leq 20$.