Baccalauréat ES La Réunion 21 juin 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, quatre réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse jugée correcte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point, une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.*

1. L'égalité $\ln[\exp(x)] = x$:	A. n'est vraie que pour tout réel x strictement positif. B. est vraie pour tout réel x. C. n'est jamais vraie. D. n'est vraie que pour tout réel x supérieur ou égal à 1.
2. L'égalité $\exp[\ln(x)] = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :	A. $[0\ ;\ +\infty[$ B. $\mathbb{R}$ C. $]0\ ;\ +\infty[$ D. $[-1\ ;\ +\infty[$
3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :	A. $\dfrac{1}{4}$ B. $\dfrac{15}{16}$ C. $\dfrac{1}{16}$ D. $\dfrac{1}{8}$
4. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression : $f(x) = 3\mathrm{e}^{2x} - x + 1$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :	A. $y = 2x + 4$ B. $y = 6x + 4$ C. $y = 5x + 4$ D. $y = 5x - 4$
5. On considère l'inéquation : $\ln(3 - x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :	A. $]0 : 3]$ B. $[2\ ; 3]$ C. $[2\ ;\ +\infty]$ D. $]0\ ; 2]$
6. $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{\left(-2 + \frac{1}{x}\right)}$ est égale à :	A. 0 B. $+\infty$ C. e^{-2} D. $-\infty$
7. Soit g la fonction définie sur $]1\ ;\ +\infty[$ par : $$g(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}.$$ Sa courbe représentative admet :	A. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des abscisses. B. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des ordonnées. C. deux asymptotes. D. aucune asymptote.
8. Soit h la fonction définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ d'expression : $$h(x) = 2\ln(x) - x$$ Soit h' la fonction dérivée de h sur $]0\ ;+\infty[$. Alors l'expression de h' est :	A. $h'(x) = \dfrac{2-x}{x}$ B. $h'(x) = \dfrac{2}{x} - x$ C. $h'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ D. $h'(x) = \dfrac{2}{x} + 1$

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'internet un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale.

On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.

On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet »

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en annexe.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.
3. Calculer la probabilité de I sachant T, notée $P_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.
5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet.
   Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\dfrac{21}{58}$.
6. On choisit au hasard, successivement et avec remise, trois questionnaires.
   Quelle est la probabilité que, parmi les trois questionnaires, un exactement soit celui d'un élève utilisateur régulier d'internet ?
   On en donnera la valeur arrondie au millième,

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l' enseignement de spécialité

Dans cet exercice tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité sauf indication contraire.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'hypermarchés (établissement, réalisant plus d'un tiers de leurs ventes en alimentation et dont la surface est supérieure à 2 500 m^2) en France de l'année 1991 à l'année 2003.

Année	199	199	199	199	199	2001	2003
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	9	11	13
Nombre d'hypermarchés y_i	862	955	1 048	1 142	1 184	1 261	1 343

Partie A – Un ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal.
   Unités graphiques : 1 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente 100 hypermarchés en ordonnée ; faire débuter la graduation à 800 sur l'axe des ordonnées.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère précédent.

3. Dans cette question, les calculs seront effectués à la calculatrice.

Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

Représenter cette droite D dans le repère précédent.

4. En supposant que ce modèle reste valide jusqu'en 2012, en déduire une estimation du nombre d'hypermarché, en France pour l'année 2012.

Partie B – Un nouvel ajustement

Les relevés précédents permettent de considérer que le nombre d'hypermarchés en France augmente de 3,2 % par an à partir de 1997.
On suppose que cette progression reste valide jusqu'en 2018.

1. Déterminer une estimation du nombre d'hypermarchés en France pour l'année 2012.

Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

2. Déterminer à partir de quelle année le nombre d'hypermarchés en France dépassera 2 000.

EXERCICE 3 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l' enseignement de spécialité

Un artisan glacier fabrique des glaces et des sorbets.
On appelle respectivement x et y les quantités de glace et de sorbet exprimées en centaines de litres, produites et vendues quotidiennement.
Le coût total de production z exprimé en dizaines d'euros, est donné par la relation :

$$z = 2x^2 + y^2 - xy + 6x,\ \text{avec}\, x \in [0\,;\,10]\ \text{et}\, y \in [0\,;\,10].$$

Sur l'annexe 2 :

- la surface (S) représentant le coût de production en fonction de x et de y dans un repère orthogonal est donnée en figure 1 ;
- la figure 2 représente la projection orthogonale de la surface (S) sur le plan $(x\text{O}y)$;
- les courbes de niveau de cette surface sont représentées pour z allant de 20 en 20.

1. **a.** C est le point de (S) d'abscisse 6 et d'ordonnée 2.
Placer le point C sur la figure 1 donnée en annexe ?

b. Calculer la cote z du point C précédent. Interpréter le résultat obtenu.

c. On suppose dans cette question que $y = 4$.
Exprimer alors z en fonction de x.
En déduire la nature de la section de la surface (S) parle plan d'équation $y = 4$.
Surligner en couleur cet ensemble sur la figure 1.

Pour des raisons de stockage et de rentabilité, la fabrication de x centaines de litres de glace et de y centaines de litres de sorbet engendre la contrainte : $x + y = 10$.

On note (E) l'ensemble des points du plan vérifiant cette contrainte.

a. La figure 2 donnée en annexe 2, représente les lignes de niveau des coûts de production.
Représenter l'ensemble (E) sur cette figure.

b. Vérifier que, sous la contrainte $x + y = 10$, z peut s'écrire sous la forme : $z = g(x)$, avec $g(x) = 4x^2 - 24x + 100$.

Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer les quantités de glace et de sorbet (en centaines de litres) qu'il faudrait produire pour que le coût de production soit minimum.

ANNEXE 2 **de l'exercice 3**

Figure 1

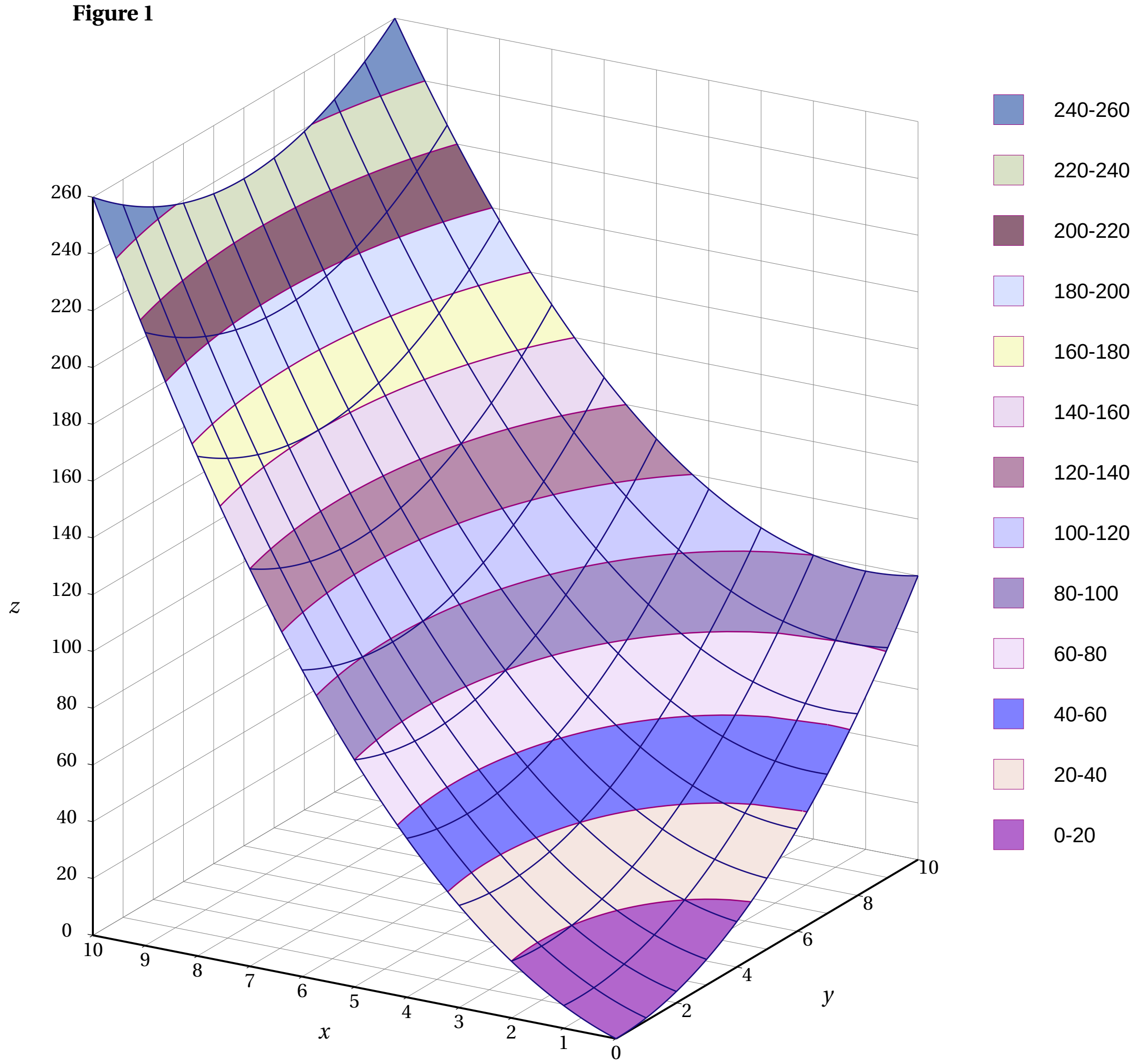
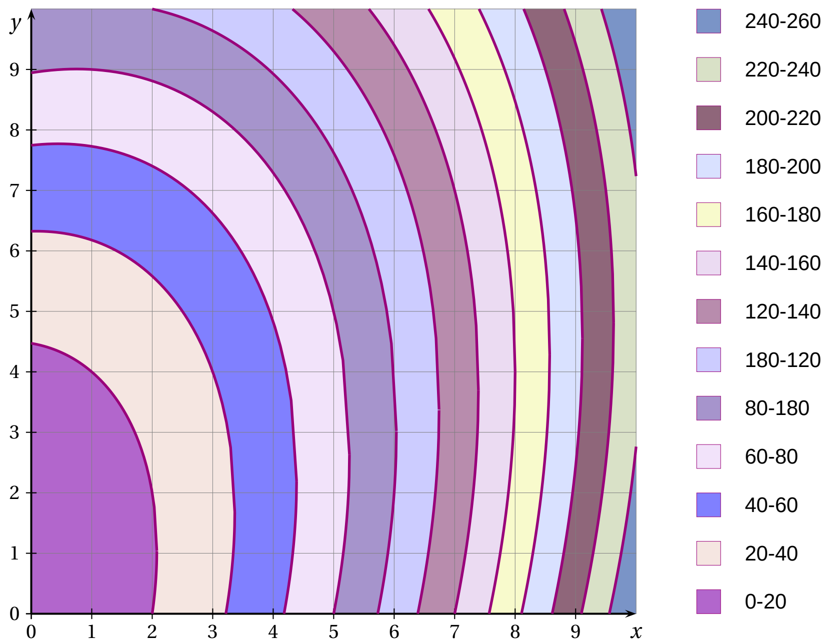


Figure 2



EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l' intervalle $]2\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - 3\ln(x-2).$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal est donnée en annexe.

1. **a.** Donner par lecture graphique : $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Retrouver par le calcul $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

2. On note f' la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$. ,

a. Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{(x-3)(2x-1)}{x-2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ par $g(x) = \ln(x-2)$.

a. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ par :

$$G(x) = (x-2)\ln(x-2) - x.$$

Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.

b. En déduire une primitive F de f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.

c. Sur l'annexe (à rendre avec la copie), hachurer le domaine D, délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 4$.

d. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine D.

On donnera la valeur exacte de celle aire puis une valeur approchée au centième près.

Annexe 1 de l'exercice 2

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				

Annexe 2 de l'exercice 4