Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles-Guyane 20 juin 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans chaque programme de construction proposé par un grand constructeur immobilier, les acquéreurs doivent choisir entre la pose de moquette, de carrelage ou de sol plastifié pour revêtir le sol du salon. Pour le revêtement des murs du salon, ils ont le choix entre peinture ou papier peint.

Le recueil des choix des acquéreurs par l'entreprise donne les résultats suivants :

- 20 % ont choisi la moquette ;
- 50 % ont choisi le carrelage ;
- les autres acquéreurs ont choisi la pose de sol plastifié.

Parmi les acquéreurs ayant choisi la moquette, 46 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
Parmi les acquéreurs ayant choisi le carrelage, 52 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
42,7 % des acquéreurs ont choisi le papier peint pour le revêtement des murs.

On interroge au hasard un acquéreur de logement construit par cette entreprise.
On considère les évènements suivants :

M l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de moquette » ;

C l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de carrelage » ;

S l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de sol plastifié » ;

P l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de papier peint » ;

$\overline{P}$ l'évènement contraire de P, correspondant à : « l'acquéreur a choisi la peinture ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, et arrondis au millième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
2. **a.** Décrire l'évènement $M \cap P$.

   b. Calculer la probabilité $p(M \cap P)$.
3. **a.** Montrer que la probabilité que l'acquéreur ait choisi la pose de sol plastifié et de papier peint est égale à 0,075.

   b. L'acquéreur a choisi le sol plastifié. Calculer la probabilité qu'il ait choisi le papier peint.
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois acquéreurs parmi tous les clients du constructeur.

   a. Calculer la probabilité, notée p_1, qu'au moins un des trois acquéreurs ait choisi le papier peint.

   b. Calculer la probabilité, notée p_2, qu'exactement deux des trois acquéreurs aient choisi le papier peint.

EXERCICE 2 **5 points**

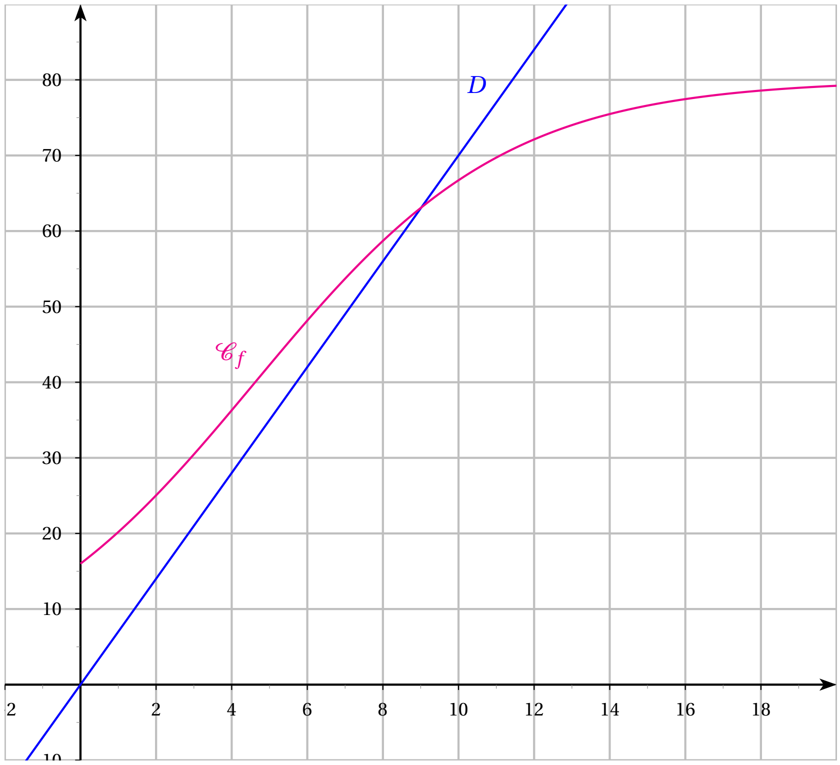
Commun à tous les candidats

Partie A : étude d'une fonction

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $[0 ;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{80}{1+4\mathrm{e}^{-0,3x}}.$$

Dans un repère orthogonal, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et D la droite d'équation $y = 7x$.
On admet que la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite D se coupent en un seul point d'abscisse x_0 et on donne $x_0 \simeq 9{,}02$.



1. Calculer $f(0)$ et la valeur arrondie au centième de $f(20)$.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ;+\infty[$.
3. **a.** Calculer la limite de f en $+\infty$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et en donner une équation.

   b. Montrer que pour tout x appartenant à $[0 ;+\infty[$, on a $f(x) < 80$. En déduire la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite d'équation $y = 80$ sur l'intervalle $[0 ;+\infty[$.
4. À l'aide du graphique, déterminer, selon les valeurs de x, le signe de $7x - f(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ;+\infty[$.

Partie B : interprétation économique

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On utilisera les résultats de la partie A.

Une entreprise peut produire chaque jour au maximum 2 000 thermomètres de bain pour bébé.

On note x le nombre de centaines de thermomètres produits chaque jour travaillé, x appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$.

On suppose que le coût total de production par jour, exprimé en centaines d'euros, est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1. Déterminer le montant des « coûts fixes », c'est-à-dire le montant des coûts lorsque la quantité produite est nulle.
2. Le coût total de production des thermomètres peut-il atteindre 8 100 €par jour ? Justifier.
3. Le prix de vente d'un thermomètre est fixé à 7 €. La recette journalière, exprimée en centaines d'euros, est donc donnée par $R(x) = 7x$.

   Pour quelles productions journalières de thermomètres l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.
Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.
Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a donc $r_0 = 40000$.

1. **a.** Calculer r_1 et r_2.

   b. Justifier que pour tout entier n naturel on a $r_{n+1} = 0,95r_n + 200$.
2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4000$.

   a. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer s_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $r_n = 36000 \times 0,95^n + 4000$.

   c. La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier.

   d. Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini.

   e. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.
3. *Dans cette question, tout trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise réussira-t-elle à respecter son engagement ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B de ce exercice sont indépendantes

Le tableau suivant donne le nombre de cartes bancaires, en France, exprimé en millions, entre 2002 et 2009.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de cartes bancaires : y_i (en millions)	45,4	47,6	49,1	51,2	53,6	55,7	57,5	58,4

(source : INSEE / groupement des cartes bancaires)

Partie A

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec $0 \leqslant i \leqslant 7$, associé à cette série statistique dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année ;
   - sur l'axe des ordonnées, on placera 45 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 1 million.
2. Un ajustement affine du nuage de points paraît justifié.
   a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
3. En admettant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011.
   Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.

Partie B

1. Justifier que le pourcentage d'augmentation du nombre de cartes bancaires en France entre les années 2008 et 2009 est d'environ 1,6 %.
2. On admet que ce pourcentage annuel d'augmentation est valable pour les années à venir, à partir de 2009. Sous cette hypothèse, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011. Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Toujours sous l'hypothèse d'une augmentation annuelle de 1,6 %, déterminer à partir de quelle année l'estimation du nombre de cartes bancaires en France sera supérieure à 63 millions.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

On donne de plus : $f(-2) = 0$ et $f(5) = 0$ et $f(10) = 3$.

À l'aide des informations fournies ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau donnant le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x.

Les réponses aux questions suivantes devront être justifiées.

2. **a.** La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote horizontale ?
   Si oui, préciser une équation de cette droite.
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur l'intervalle $[3\ ;\ 10]$.

c. On appelle F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer les variations de la fonction F sur $\mathbb{R}$.

3. On note g la fonction définie sur $]-\infty\,;\,-2[\cup]5\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a. Expliquer pourquoi la fonction f n'est pas définie sur l'intervalle $[-2\,;\,5]$.

b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 5 \\ x > 5}} g(x)$.

c. Préciser le sens de variation de la fonction g sur son ensemble de définition.