Dans un repère orthonormé du plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère une fonction f, de courbe $\mathscr{C}_f$, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-2)(3-5x) + 4(-2+x)^2$$

Partie A : Écrire et transformer — 3 points

1. **[1 point]** Montrer que pour tout réel x :
$$f(x) = -x^2 - 3x + 10.$$
2. **[1 point]** Factoriser $f(x)$.
3. **[1 point]** Montrer que pour tout réel x :
$$f(x) = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{49}{4}$$

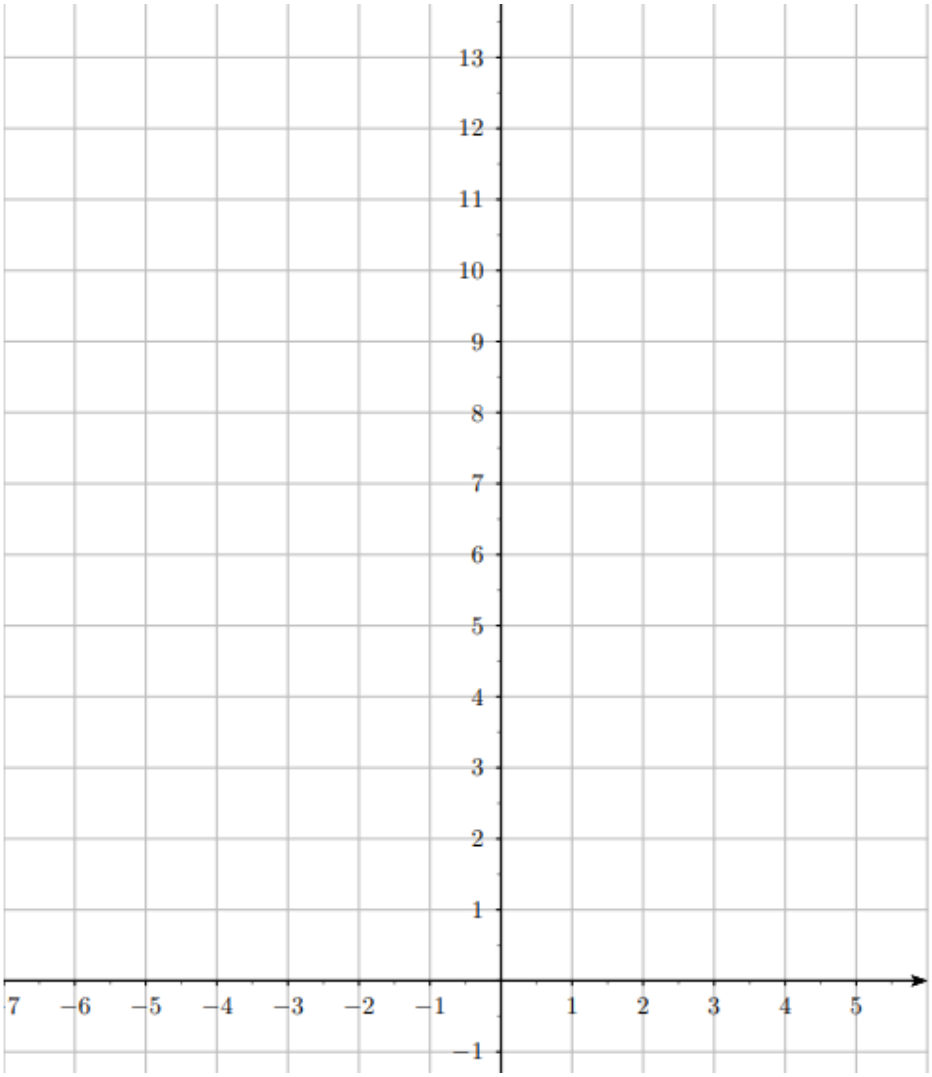
Par la suite, vous pourrez choisir l'expression la plus adaptée pour répondre aux questions posées.

Partie B : Étude de la fonction f — 7 points

4. **[1,5 point]** Résoudre l'inéquation
$$(I_1) \ : \ f(x) \geq 0$$
Interpréter le résultat obtenu.
5. **[1 point]** Dresser le tableau de variations de f en appliquant directement le cours.
6. **[2 points]** Démontrer que f est croissante sur un intervalle $]-\infty \ ; \ \alpha]$ que l'on précisera $(\alpha \in \mathbb{R})$.
7. **[1 point]** Déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et le réel pour lequel il est atteint.
8. **[1,5 point]** Construire sur la feuille donnée en annexe la courbe $\mathscr{C}_f$.

Partie C : Un joli trapèze — 9 points

9. **[0,5 point]** Construire dans le même repère la droite (d_1) d'équation $(d_1) \ : \ y = x + 10$.
10. **[2 points]** Résoudre par le calcul l'inéquation
$$(I_2) \ : \ f(x) \geq x + 10$$
[0,5 point] Interpréter le résultat obtenu.
11. **[0,5 point]** En déduire **sans calcul** les coordonnées des points d'intersection A et B de $\mathscr{C}_f$ avec (d_1). On notera A le point d'abscisse la plus petite.
12. **[2 points]** On considère les points D et E de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives -3 et 1. Déterminer une équation réduite de la droite (DE).
13. **[1,5 point]** Déterminer les coordonnées de Q, le point d'intersection de la droite (d_1) et de la droite (d_2) d'équation
$$(d_2) \ : \ y = -x + 7$$
[0,5 point] Vérifier que ce point appartient à l'axe de symétrie de la parabole $\mathscr{C}_f$.
14. **[1,5 points]** Montrer que le quadrilatère ADBE est un trapèze


13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−1
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5