

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-1)(x-2) - 2(x+1)(2x-4)$$

On a tracé sur l'annexe, $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

Partie A

1. Montrer que pour tout x réel on a :

$$f(x) = -3x^2 + x + 10$$

2. Montrer en factorisant l'expression initiale de f que pour tout x réel on a :

$$f(x) = (2-x)(3x+5)$$

3. Montrer que pour tout x réel on a :

$$f(x) = -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{121}{12}$$

Partie B

En utilisant la forme de f de votre choix, répondez aux questions suivantes.

4. Calculer l'image par f de $\left(\frac{1}{6}\right)$.
5. Résoudre l'équation $f(x) = x - 2$.
6. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

Partie C : Étude de f

7. Déterminer par le calcul le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et la valeur pour lequel il est atteint.
8. Étudier les variation de f sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{6}\right]$.
9. Étudier les variation de f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{6}; +\infty\right[$.
10. Dresser alors le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
11. Encadrer $f(x)$ si x appartient à l'intervalle $[-5; 5]$.

Partie D : Une fonction affine

12. Déterminer la fonction affine g telle que : $\begin{cases} g(-2) = -4 \\ g(2) = 0 \end{cases}$.
13. Construire sur le graphique de l'annexe la droite $\mathcal{C}_g$ associée à la fonction affine g .
14. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

