

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2+3}$

1) Pour tout réels a et b montrer que :

$$f(a) - f(b) = \frac{5a^2 - 5b^2}{(a^2+3)(b^2+3)}$$

2) En déduire le sens de variations de f sur les intervalles $]-\infty ; 0]$ et sur $[0 ; +\infty[$

3) Dresser le tableau de variations de f sur \mathbf{R}

4) Montrer que pour tout réels $f(x) < 1$

5) Résoudre l'inéquation $f(x) < \frac{1}{2}$

6) Résoudre l'inéquation $f(x) > \frac{1}{4}$

7) a) vérifier que $-7x^3 + 36x^2 - 21x - 72 = (x - 3)(-7x^2 + 15x + 24)$

b) en la résolution de l'inéquation $f(x) < \frac{7}{36}x$ interpréter graphiquement