Exercice 1

Résoudre, sur $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

$$\sin^2 x = \frac{3}{4} \qquad \cos^2 x = \frac{1}{2} \qquad \sin(2x) = \cos x$$

Exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A(x) = \cos(x+\pi)\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin^2(-x)$$

$$B(x) = \tan(x+\pi) - \tan x \quad (\text{pour } x \in \left]-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right[)$$

$$C(x) = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - x).\sin(-x)$$

$$D(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{3}{4} - \sin^2 x$$

Généralisation : $\sin(a+b)\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$

Exercice 3

En utilisant les formules d'addition, calculer la valeur exacte de $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\cos\frac{7\pi}{12}$.

(On pourra utiliser l'égalité $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$)

Exercice 4

Démontrer que pour tout réel x : $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$

Exercice 5

Démontrer que, pour tout réel x différent de $k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) :

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$$

Exercice 6

Démontrer que la représentation graphique de la fonction f définie, sur $\mathbb{R}$, par :

$$f(x) = \cos(2x) + \sin x - 1$$

est située entre les droites d'équation $y = -3$ et $y = 1$.