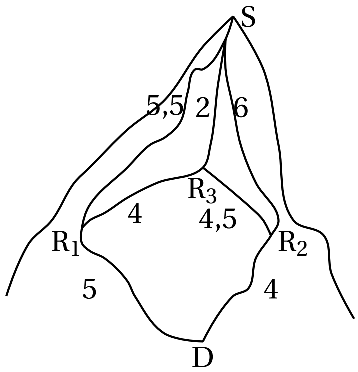
119 Asie juin 2001

Pour rejoindre le sommet S d'une montagne des Alpes à partir d'un point de départ D, les randonneurs ont la possibilité d'emprunter plusieurs parcours.
La course n'étant pas faisable en une journée, ils doivent passer une nuit dans l'un des deux refuges se trouvant à la même altitude de 1 400 mètres sur les parcours existants ; les deux refuges ne sont pas situés au même endroit.
On les appelle R_1 et R_2.
Le lendemain matin, pour atteindre le sommet qui se trouve à 2 500 mètres d'altitude, ils ont deux possibilités : ils peuvent atteindre le sommet en faisant une halte au refuge R_3, ou atteindre le sommet directement.

La probabilité que les randonneurs choisissent de passer par R_1 est égale à $\frac{1}{3}$. La probabilité de monter directement au sommet en partant de R_1 est égale à $\frac{3}{4}$. La probabilité de monter directement au sommet en partant de R_2 est égale à $\frac{2}{3}$.



1. Tracer un arbre pondéré représentant tous les trajets possibles du départ D jusqu'au sommet S.
2. Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   E_1 : « Les randonneurs ont fait une halte au refuge R_3 sachant qu'ils ont passé la nuit au refuge R_1 » ;
   E_2 « Les randonneurs ont fait une halte au refuge R_3 » ;
   E_3 « Les randonneurs ont passé la nuit au refuge R_1 sachant qu'ils ont fait une halte au refuge R_3 » ;
   E_4 « Les randonneurs ont passé la nuit au refuge R_2 sachant que, le deuxième jour, ils sont montés directement au sommet S ».
3. On note $d(M,\ N)$ la distance, en km, à parcourir pour se rendre du point M au point N.
   On donne $d(\text{D}, \text{R}_1) = 5$; $d(\text{D}, \text{R}_2) = 4$; $d(\text{R}_1,\ \text{R}_3) = 4$; $d(\text{R}_2,\ \text{R}_3) = 4{,}5$; $d(\text{R}_3, \text{S}) = 2$;
   $d(\text{R}_1,\ \text{S}) = 5{,}5$; $d(\text{R}_2,\ \text{S}) = 6$.
   Soit X la variable aléatoire qui représente la distance parcourue par les randonneurs pour aller du départ D au sommet S.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X.