VIII

a) Dans chacun des cas suivant, déterminer les réels k pour que l'équation proposée n'ait qu'une seule solution que l'on déterminera.

$$3x^2 - 5x + k = 0 \qquad\qquad 5x^2 - kx + 7 = 0$$

b) Déterminer les réels k pour que l'équation $2x^2 - 3x + k = 0$ ait deux solutions distinctes.

c) Déterminer les réels k pour que l'équation $3x^2 + kx + 6{,}75 = 0$ n'ait pas de solution réelle.

d) Déterminer les réels m pour que l'équation $mx^2 + x(m - m^2) + m^2 - 2m = 0$ n'ait qu'une seule solution que l'on déterminera.

IX

On considère la parabole (P) d'équation : $y = -2x^2 + 8x$

La représenter

a) Déterminer p en fonction de m pour que (P) et la droite (D) d'équation $y = mx + p$ aient un seul point commun. Interpréter ;

b) Déterminer m pour que la droite (Δ) d'équation $y = mx$ et (P) aient un seul point commun.

c) On considère le point $A(1 ; -2)$.
Ecrire l'équation réduite de la droite (d_m) passant par A et de coefficient directeur m.

d) Démontrer que toute droite (d_m) coupe (P) en deux points distincts.

e) Donner l'équation de la droite passant par A et coupant (P) en un seul point. *Attention ! Ce n'est pas une droite (d_m).*

X

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal du plan

Partie A

Soit $(\mathcal{P})$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x(4 - x)$

Soit $(\mathcal{H})$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $g(x) = \frac{x-4}{x-3}$

1) Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection des courbes $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{H})$.

2) Etudier algébriquement la position relative des courbes $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{H})$.

Partie B

m désigne un nombre réel **non nul.** On désigne par $(\mathcal{P}_m)$ la parabole représentant la fonction f_m définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f_m(x) = m x^2 - 4mx + 4m + 2$$

1) Montrer qu'un point $M(x ; y)$ appartient à la fois à l'hyperbole $(\mathcal{H})$ et à la parabole $(\mathcal{P}_m)$ si et seulement si son abscisse x est solution de l'équation :

$$mx^3 - 7mx^2 + (16m + 1)x - 12m - 2 = 0$$

2) Vérifier que $x = 2$ est une solution de cette équation.

3) Déterminer les réels a, b et c tels que

$$mx^3 - 7mx^2 + (16m + 1)x - 12m - 2 = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$$

4) En déduire l'ensemble des nombres réels m pour lesquels les courbes $(\mathcal{H})$ et $(\mathcal{P}_m)$ admettent deux points communs distincts ou confondus.

XI

On considère $Q(x) = 2x^4 + 12x^3 + 15x^2 - 9x + 1$

) Déterminer trois réels a, b, c tels que, pour tout x de $\mathbb{R}$, on ait :

$$Q(x) = a(x^2 + 3x)^2 + b(x^2 + 3x) + c$$

b) Résoudre $Q(x) = 0$ c) Trouver $k \in \mathbb{R}$ tel que $Q(x) - k$ soit divisible par $(x -$