

1. Parallélisme

On donne un triangle ABC et les trois points D, E et F définis par : $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AC}$.

1. Prouver que D, E et F sont alignés.
2. On donne le point G tel que : $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BC}$. On appelle le point I le milieu de $[AC]$. Prouver que (DG) est parallèle à (BI) .
3. On donne les points H et K tels que $\overrightarrow{CH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. Prouver que (HK) est parallèle à (BI) .

2. Alignement - 1

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O (rappel : on place les points dans le sens trigonométrique direct).

1. On choisit $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ comme base de vecteurs. Pourquoi ce choix est-il possible ?
2. Quelles sont les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AO} et \overrightarrow{DB} (justifiez) ?
3. Construire E tel que les coordonnées de \overrightarrow{CE} soient $\left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.
4. Démontrer que D, B et E sont alignés.

3. Alignement - 2

Soit un parallélogramme non aplati $ABCD$, E et F deux points de la droite (BD) .

1. Placer les points G et H définis par $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$.
2. Montrer que les points C, G et H sont alignés.
3. On pose $\overrightarrow{BE} = x.\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BF} = y.\overrightarrow{BD}$ Comment choisir les réels x et y pour que :
 - a. G appartienne à (AB) et H à (DC) .
 - b. C soit le milieu de $[GH]$.
 - c. G soit le milieu de $[CH]$.
 - d. H soit le milieu de $[CG]$.