

**1. Parallélogramme - 3**

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$ .  $E$  le point du segment  $[CD]$  tel que  $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CE}$  et  $F$  donné par  $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$ .

- Démontrer que les points  $B$ ,  $C$  et  $F$  sont alignés.
- Construire le point  $G$  défini par  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ . Démontrer que les points  $E$ ,  $O$  et  $G$  sont alignés.
- Construire les points  $H$  et  $K$  définis par  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BD}$  et  $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BD}$ . Montrer que  $D$  est le milieu de  $[AK]$  et de  $[CH]$ .
- $M$ ,  $N$ ,  $P$  et  $Q$  sont les points définis par :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$ . Prouver que  $MNPQ$  est un parallélogramme .

**2. Parallélogramme - 4**

Soit un parallélogramme  $ABCD$ .

- Construire les points  $E$ ,  $F$  et  $H$  tels que  $2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{BF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ , et  $\overrightarrow{DH} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{DA}$ .
- Déterminer les vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{EH}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
- Trouver  $k$  réel tel que  $\overrightarrow{EH} = k\overrightarrow{EF}$ . Que peut-on en déduire pour les points  $E$ ,  $F$  et  $H$  ?

**3. Parallélogramme - 5**

Soit  $ABCD$  un parallélogramme.

- Placer les points  $I$ ,  $J$ ,  $K$  et  $L$  définis par :  $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DL} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .
- a. En utilisant la relation de Chasles, exprimer  $\overrightarrow{IJ}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ , puis  $\overrightarrow{KL}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ .  
b. En déduire que les droites  $(IJ)$  et  $(KL)$  sont parallèles.
- a. On se place dans le repère  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ .  
Déterminer dans ce repère les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$  et  $L$ .  
b. Les droites  $(IL)$  et  $(JK)$  sont-elles parallèles ? Justifier.
- Quelle est la nature du quadrilatère  $IJKL$  ?