Examen	8 avril 2011 1 S3 S4 S5 Stanislas

MATHEMATIQUES

I (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{ax^2 - ax - 2}{x^2 - 2x}$ où a est un réel quelconque.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

2 Partie A: Déterminer le réel a pour que la courbe (C) admette un extremum au point d'abscisse -2.

Partie B. :

Dans cette partie, on suppose que $a = -3$.

1 1° Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire les asymptotes à la courbe (C).

1 2° Etudier les variations de f.

3° a) Déterminer les coordonnées du point I, intersection de (C) et de la droite Δ d'équation $y = -3$.

1 b) Etudier le signe du réel : $f(x) + 3$; interpréter graphiquement ce signe.

1 4° Soit la droite (D) d'équation : $y = -\dfrac{x}{6} - \dfrac{17}{6}$.

Déterminer les points d'intersection de (C) et de (D).

[redacted] (D).

II (5 points)

$[A_0A_1]$ est un segment de longueur 10 cm. lorsque A_n et A_{n+1} sont connus, on définit le point A_{n+2} par la relation : A_{n+2} est le barycentre de $(A_{n+1} ;1)$ et $(A_n ; 2)$.

On définit alors la suite (x_n) par x_n est l'abscisse du point A_n dans le repère $(A_0 ; \overrightarrow{A_0A_1})$

1) Placer les points A_2 , A_3 et A_4.

2) Calculer x_{n+2} en fonction de x_{n+1} et x_n.

3) On définit la suite (v_n) par $v_n = x_{n+1} - x_n$.

a) Calculer v_0, v_1 et v_2.

b) Montrer que la suite (v_n) est géométrique

c) Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots\dots\dots + v_n$ en fonction de n.

4) a) Montre que x_n s'exprime simplement à l'aide de S_{n-1} ?

b) En déduire la limite de la suite $(x_n - \dfrac{3}{5})$.

c) Soit L le point d'abscisse $\dfrac{3}{5}$ sans le repère $(A_0 ; \overrightarrow{A_0A_1})$.

En admettant qu'un trait de crayon a une épaisseur de 0,2 mm, à partir de quel rang le point A_n semblera-t-il confondu avec L ?