On considère un questionnaire comportant cinq questions.

Pour chacune des cinq questions posées, trois propositions de réponses sont faites (A, B et C), une seule d'entre elles étant exacte.

Un candidat répond à toutes les questions posées en écrivant un mot réponse de cinq lettres.

Par exemple, le mot « $BBAAC$ » signifie que le candidat a répondu B aux première et deuxième questions, A aux troisième et quatrième questions et C à la cinquième question.

1. **a.** Combien y-a-t'il de mots-réponses possible à ce questionnaire ?

   b. On suppose que le candidat répond au hasard à chacune des cinq questions de ce questionnaire.

   Calculer la probabilité des évènements suivants :

   E : « le candidat a exactement une réponse exacte ».

   F : « le candidat n'a aucune réponse exacte ».

   G : « le mot-réponse du candidat est un palindrome ». (On précise qu'un palindrome est un mot pouvant se lire indifféremment de gauche à droite ou de droite à gauche : par exemple, « $BACAB$ » est un palindrome).

2. Un professeur décide de soumettre ce questionnaire à ses 28 élèves en leur demandant de répondre au hasard à chacune des cinq questions de ce questionnaire.

   On désigne par X le nombre d'élèves dont le mot-réponse ne comporte aucune réponse exacte.

   a. Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 28$ et $p = \dfrac{32}{243}$.

   b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-2}, qu'au plus un élève n'ait fourni que des réponses fausses.