1-1 : Barycentre (c)

Soit a_n et b_n les suites définies pour tout *n* entier naturel par :

$$\begin{cases} a_0 = 2, b_0 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{5}(3a_n + 2b_n) \\ b_{n+1} = \frac{1}{5}(2a_n + 3b_n) \end{cases}$$

1. Soit (u_n) la suite de terme général $u_n = a_n + b_n$. Montrer que u_n est constante et calculer u_n.

2. Soit (v_n) la suite de terme général $v_n = a_n - b_n$. Montrer que v_n est une suite géométrique. En déduire l'expression de v_n en fonction de *n*.

3. Exprimer a_n et b_n en fonction de u_n et v_n puis en fonction de *n*. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} b_n$.

1-2 : Suite linéaire - 3

Soit la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par : $u_1 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{5}$.

1. Montrer que la suite (v_n) de terme général $v_n = u_n - \frac{2}{5}$ est une suite géométrique.

2. En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de *n*. Calculer alors la valeur exacte de u_4 .

3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante et calculer sa limite.

4. Déterminer le plus petit entier naturel p à partir duquel $u_n \leq 0,401$

5. Exprimer la somme $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ en fonction de n .

6. Déterminer la limite de la suite (S_n) . Est-elle convergente ?