

Exercice 2 (3,5 points)

Une personne loue une maison à partir du 1^{er} janvier 2007. Elle a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de 3 600 € et le locataire s'engage à occuper la maison pendant neuf années complètes.

1°) Contrat ①

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 5% du loyer de l'année précédente.

- Calculer le loyer u_1 payé après 1 an d'occupation.
- Exprimer u_n (loyer payé après n années d'occupation) en fonction de n . Calculer u_8 .
- Calculer la somme payée à l'issue des neuf années de contrat.

2°) Contrat ②

Le locataire accepte une augmentation annuelle du loyer de 205 €.

- Calculer le loyer v_1 payé après 1 an d'occupation.
- Exprimer v_n (loyer payé après n années d'occupation) en fonction de n . Calculer v_8 .
- Calculer la somme payée à l'issue des neuf années de contrat.
- Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?
- Et si le locataire doit rester au moins 10 ans ?

Exercice 2. (6 points)

Un club de sport propose deux types d'abonnements non permutables.

Formule A : une cotisation annuelle de 100 € à laquelle s'ajoute la première année seulement un droit d'entrée de 2 000 €.

Formule B : une cotisation annuelle initiale de 200 € qui augmente de 10% par an. Dès la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue une réduction de 10 € sur la cotisation annuelle. Si C_n est le montant, exprimé en euros, de la cotisation annuelle la n -ième année, on a : $C_1 = 200$ et pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on a $C_{n+1} = 1,1 C_n - 10$.

1°) Déterminer la somme T_n versée au club de sport par membre pendant n années avec la formule A.

2°) Soit (D_n) la suite définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par $D_n = C_n + \alpha$ où α est un réel.

Déterminer le réel α pour que la suite (D_n) soit une suite géométrique de raison 1,1 et préciser le terme initial de la suite.

3°) On suppose dans cette question que $\alpha = -100$.

- Exprimer D_n puis C_n en fonction de n .
- Soit S_n la somme versée au club par un membre pendant n années avec la formule B. Montrer que $S_n = 1000[(1,1)^n - 1] + 100n$.
- A l'aide du tableur de la calculatrice, déterminer le nombre minimum d'années qu'un membre doit cotiser pour que la formule A soit plus avantageuse que la formule B.