Dans un jeu, Jeanne doit trouver la bonne réponse à une question posée.
Les questions sont classées en trois catégories : sport, cinéma et musique.
Jeanne, fervente supportrice de ce jeu, est consciente qu'elle a :

- 1 chance sur 2 de donner la bonne réponse sachant qu'elle est interrogée en sport;
- 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse sachant qu'elle est interrogée en cinéma;
- 1 chance sur 4 de donner la bonne réponse sachant qu'elle est interrogée en musique.

On note :

S l'évènement : « Jeanne est interrogée en sport »;
C l'évènement : « Jeanne est interrogée en cinéma »;
M l'évènement : « Jeanne est interrogée en musique »;
B l'évènement : « Jeanne donne une bonne réponse »

Rappel de notation : la probabilité d'un évènement A est notée $P(A)$.

Dans chaque catégorie, il y a le même nombre de questions. On admet donc que $P(S) = P(C) = P(M) = \frac{1}{3}$.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Jeanne tire au hasard une question. Montrer que $P(B) = \frac{1}{2}$.

Pour participer à ce jeu, Jeanne doit payer 10 € de droit d'inscription. Elle recevra :

- 10 € si elle est interrogée en sport et que sa réponse est bonne;
- 20 € si elle est interrogée en cinéma et que sa réponse est bonne;
- 50 € si elle est interrogée en musique et que sa réponse est bonne;
- rien si la réponse qu'elle donne est fausse.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée par Jeanne associe son gain algébrique, c'est-à-dire la différence en euros entre ce qu'elle reçoit et les 10 € de droit d'inscription.

3. Montrer que $P(X = 40) = \frac{1}{12}$.
4. Déterminer la loi de probabilité de X.
5. Calculer l'espérance mathématique de X. Jeanne a-t-elle intérêt à jouer?