

EXERCICE

Le coût total de fabrication d'un produit est donnée par $C(q) = \frac{q^3}{3} - 6q^2 + 40q$ pour $q \in [0;12[$ où q représente le nombre de milliers d'unités fabriquées et $C(q)$ le coût de fabrication en centaines d'euros. La courbe (F) représentative de la fonction coût total est donnée en annexe.

- 1) On rappelle que le coût unitaire moyen est donné par $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ pour $q \neq 0$.
 - a. Exprimer en fonction de q le coût unitaire moyen.
 - b. Calculer le nombre q_0 d'unités à fabriquer pour que le coût unitaire moyen soit minimal.
- 2) On appelle coût marginal la dépense occasionnée par la production d'un objet supplémentaire. On modélise ce coût marginal par $C_m(q) = C'(q)$ où C' est la dérivée de C .
 - a. Exprimer en fonction de q le coût marginal.
 - b. Vérifier que pour q_0 , le coût marginal est égal au coût unitaire moyen.
- 3) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (F) au point A d'abscisse 9. La tracer sur le graphique joint en annexe.
- 4) On suppose que l'entreprise vend toute sa production. Pour $q \in]0;12]$ le bénéfice en centaines d'euros, pour la production et la vente de q milliers d'unités est $B(q) = -\frac{q^3}{3} + 2q^2 + 21q$.
 - a. Calculer le nombre d'unités à produire pour que l'entreprise soit rentable.
 - b. Déterminer le nombre d'unités à fabriquer pour obtenir le bénéfice maximum. Que vaut ce bénéfice maximal ?