1-1 : Suite rcurrente

On considre la suite u_n dfinie par
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{8} \\ u_{n+1} = u_n(2 - u_n) \end{cases} .$$

1. a. Calculer u_1 et u_2 .
- b. Tracer dans un repre orthonormal la courbe reprsentative P de la fonction $f : f(x) = x(2 - x)$ ainsi que la droite d ($y = x$).
- c. Utiliser d et P pour construire sur l'axe des abscisses les points A_1, A_2, A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2, u_3 .
2. a. Montrer par rcurrence que $0 < u_n < 1$.
- b. Montrer que u_n est croissante.
3. On considre la suite $v_n = 1 - u_n$.
- a. Montrer que $v_{n+1} = v_n^2$.
- b. Montrer par rcurrence que $v_n = v_0^{2^n}$. En dduire l'expression de v_n puis celle de u_n .
- c. Dterminer la limite de v_n puis celle de u_n .