1 ERE S **SUITES** feuille 24

Exercice 1 *(5 points)*

On considère la suite $(w)_{n \geq 1}$ définie par : $w_n = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + ... + \dfrac{1}{n+n}$

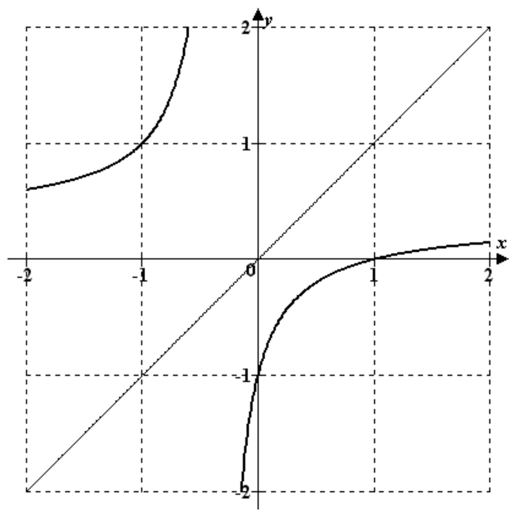
1°) Calculer les valeurs exactes de w_1, w_2 et w_3.

2°) Donner l'expression de w_{n+1} pour tout entier naturel n.

3°) Déterminer la monotonie de la suite (w_n).

Exercice 2 *(5 points)*

On a tracé, ci-contre, la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbf{R}\backslash\{^{-1}/_{3}\}$ par : $f(x) = \dfrac{x-1}{3x+1}$.



Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{3u_n + 1}, \quad \text{pour tout } n \in \mathbf{N} \end{cases}$

1°) En utilisant la droite (Δ) d'équation $y = x$ et la courbe représentative de la fonction f, construisez, en justifiant, les termes u_1, u_2, u_3 et u_4. Que remarque-t-on ?

2°) Déterminer, pour tout entier naturel n, une expression de u_{n+2} en fonction de u_n.

3°) Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+3} = u_n$.

Exercice 3 *(5 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F).

1°) Soit u une suite telle que, pour tout entier n, $u_n < 0$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$, alors la suite u est décroissante.	
2°) Soit u une suite telle que, pour tout entier n, $u_n < 0$ et $u_{n+1} - u_n \geq 0$, alors la suite u est croissante.	
3°) Soit u une suite arithmétique de premier terme $u_0 < 0$ et de raison $r > 0$, alors la suite u est décroissante.	
4°) Soit u une suite arithmétique de premier terme $u_0 > 0$ et de raison $r = ¼$, alors la suite u est croissante.	
5°) Soit u une suite définie par $u_0 > 0$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = (u_n)^2$, alors la suite u est croissante.	