

Exercice 4**5 points**

Un service de vidéos à la demande réfléchit au lancement d'une nouvelle série mise en ligne chaque semaine et qui aurait comme sujet le quotidien de jeunes gens favorisés.

Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 120 000. Ce nombre augmenterait ensuite de 2 % chaque semaine.

Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 400 000 visionnages par semaine.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 120\,000$.

1. Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
2. Justifier que pour tout entier naturel n : $u_n = 120\,000 \times 1,02^n$.
3. À partir de combien de semaines le nombre de visionnages hebdomadaire sera-t-il supérieur à 150 000?
4. Voici un algorithme écrit en langage Python :

```
def seuil():  
    u = 120000  
    n = 0  
    while u < 400000:  
        n = n+1  
        u = 1.02*u  
    return n
```

Déterminer la valeur affichée par cet algorithme et interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

5. On pose pour tout entier naturel n : $S_n = u_0 + \dots + u_n$. Montrer que l'on a :

$$S_n = 6\,000\,000 \times (1,02^{n+1} - 1).$$

En déduire le nombre total de visionnages au bout de 52 semaines (arrondir à l'unité).