

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.

Pour l'ouverture prévue le 1^{er} janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.

On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année (2013+ n).

On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel.

Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

```

Variables :
  U, N
Initialisation :
  Mettre 42 dans U
  Mettre 0 dans N
Traitement :
  Tant que U < 100
    U prend la valeur U × 0,95 + 6
    N prend la valeur N + 1
  Fin du Tant que
Sortie
Afficher N.

```

- . À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.

On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année (2013+ n).

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.

On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n , par $w_n = v_n - 80$.

Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .

En déduire U_n en fonction de n et sa limite