Partie B : Equations à paramètres, changement de variable, identification

Exercice 1

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$.

1) Montrer que 1 est solution de $g(x) = 0$.
2) Déterminer trois réels a, b et c tels que $g(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ pour tout réel x.
3) En déduire le signe de $g(x)$.

Exercice 2

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant $u = x^2$:

$$x^4 - 12x^2 + 27 = 0 \quad ; \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

Exercice 3

1) Résoudre l'équation $2x^2 + 5x + 2 = 0$.
2) En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation
$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$
3) Par une méthode analogue, résoudre l'équation $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 25x + 42$.

1) Développer, ordonner et réduire $(x+3)(ax^2 + bx + c)$.
2) Déterminer trois réels a, b et c tels que $f(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$ pour tout réel x.
3) Résoudre $f(x) = 0$.

Exercice 5

On considère le trinôme suivant : $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$.

Pour quelles valeurs de m ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

Exercice 6

On considère le trinôme $x^2 - (2m+3)x + m^2$.

Pour quelles valeurs de m ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

Exercice 7

On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

1) Calculer m pour que l'une des solutions soit égale à 3.
2) En déduire l'autre solution de l'équation.

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes :

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad ; \quad \frac{4}{x-1} - \frac{3}{x-2} = -1 \quad ; \quad \frac{2x+m}{x} - \frac{2x}{x+m} = 2 \quad \text{où } m \text{ est un réel donné}$$