

★ 108 Lieu géométrique

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ on note $\mathcal{H}$ l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$ et d_m la droite d'équation $y = 2x + m$.

À chaque réel m correspond une droite d_m .

1. Démontrez que toutes les droites d_m sont parallèles.

2. a) Construisez $\mathcal{H}$ et les droites d_0, d_1, d_{-2} .

b) Démontrez que pour tout réel m , la droite d_m coupe $\mathcal{H}$ en deux points distincts M et N.

3. On note I le milieu de [MN]

a) Calculez les coordonnées de I en fonction de m .

b) Déduisez-en que le lieu de I est une droite dont vous donnerez l'équation réduite.

★ 109 Lieu géométrique

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on note $\mathcal{P}$ la parabole d'équation $y = x^2$ et d_m la droite d'équation $y = 2x + m$.

À chaque réel m correspond une droite d_m .

1. Démontrez que toutes les droites d_m sont parallèles.

2. a) Construisez $\mathcal{P}$ et les droites d_0, d_2, d_{-1} et d_{-2} .

b) Démontrez que : « Dire que d_m coupe $\mathcal{P}$ en deux points M et N distincts ou non, équivaut à dire que $m \geq -1$. »

3. Lorsque d_m coupe $\mathcal{P}$ en deux points M et N, distincts ou non, on note I le milieu de [MN].

a) Calculez en fonction de m les coordonnées de I.

b) Déduisez-en que le lieu de I est une demi-droite que vous préciserez.