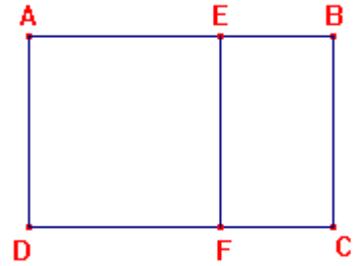


Exercice 2

Un rectangle ABCD est dit « rectangle d'or » lorsqu'ayant tracé le carré

intérieur AEFD, on a : $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{EB}$.

Les rapports « longueur sur largeur » sont donc les mêmes dans les deux rectangles. Ce rapport s'appelle le nombre d'or (noté Φ) ; il est supérieur à 1 et son inverse s'appelle la section dorée.



1°) Déterminer la valeur de Φ . (On pourra prendre $AB = x$ et $BC = 1$).

2°) Calculer $\frac{1}{\Phi}$, $\Phi - \frac{1}{\Phi}$ puis $\frac{1}{\Phi - 1}$. EBCF est-il un rectangle d'or ?

II/ Problème économique

Une entreprise fabrique un gadget ; le coût de fabrication de q gadgets est $C(q)$ tel que :

$$C(q) = 100q + 1\,000\,000.$$

Une étude de marché a permis de déterminer la quantité de gadgets que l'entreprise peut vendre dépend du prix unitaire p (en centimes d'euro) proposé suivant la loi :

$$q = 2\,000\,000 - 5\,000p.$$

1°) On rappelle que la recette est la somme d'argent que rapporte à l'entreprise la vente de tous les gadgets et que le bénéfice est la différence entre la recette et le coût de production.

a) Exprimer la recette $r(p)$ en fonction du prix de vente unitaire proposé.

b) Montrer que le bénéfice $B(p)$ vérifie :

$$B(p) = -5\,000p^2 + 2\,500\,000p - 201\,000\,000.$$

2°) a) Résoudre l'inéquation $B(p) \geq 0$ et en déduire à quel intervalle doit appartenir le prix de vente unitaire pour que l'entreprise ne soit pas déficitaire.

b) Déterminer la forme canonique de $B(p)$.

3°) Déduire des questions précédentes le prix que doit choisir cette entreprise pour réaliser un bénéfice total maximal, ce bénéfice, le nombre de gadgets vendus et le bénéfice réalisé sur chaque gadget.