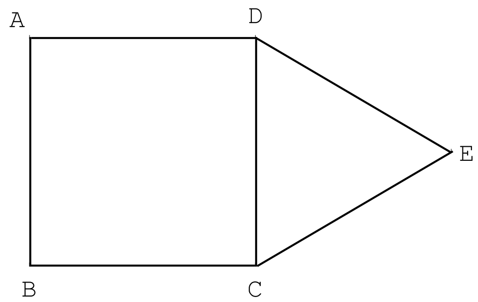
1-1 : Basique 7

$ABCD$ est un carré de côté a et DCE est un triangle équilatéral.



On s'intéresse au triangle BDE.

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. a. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}$ en fonction de *a*. On pourra utiliser une projection orthogonale.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DE}$ en fonction de a.

c. En déduire l'égalité $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DE}=\frac{a^2}{2}\left(1-\sqrt{3}\right)$.

d. Utiliser ce résultat pour calculer BE^2. On pourra décomposer $\overrightarrow{BE}$ en $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DE}$ puis en déduire BE.

2. Calculer, en fonction de a, l'aire exacte des triangles :

a. ECD.

b. ECB (on pourra appliquer la formule des sinus).

c. En déduire que l'aire exacte du triangle EDB est égale à $\frac{a^2}{4}\left(1+\sqrt{3}\right)$.

1-2 : Rectangle (c)

EFGH est un rectangle, avec *EH* = a et $EF=\frac{3}{2}a$; *M* est le milieu de [*FG*] et *K* est défini par

$\overrightarrow{HK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HG}$;

L est le projeté orthogonal de *K* sur (*EM*).

1. Calculer, en fonction de *a*, les produits scalaires : $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EH}.\overrightarrow{KE}$.

2. En utilisant des relations de Chasles, montrer que $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM}=\frac{5a^2}{4}$.

3. En exprimant d'une autre façon le produit scalaire $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM}$, en déduire la distance *EL* en fonction de *a*.

4. Déterminer une mesure en degrés de l'angle $\widehat{KEM}$.