Exercice 4 *(6 points)*

Soit A et B deux points tels que AB = 8 cm et I le milieu de [AB].

1°) a) Justifier que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ = MI^2 – IA^2.

b) Déterminer l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ = -7 et le construire.

2°) a) Ecrire le théorème de la médiane dans le triangle AMB relativement à la médiane MI.

b) Déterminer l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que MA^2 + MB^2 = 40 et le construire.

3°) a) Justifier que : MA^2 – MB^2 = 2 $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$.

b) Déterminer l'ensemble (E_3) des points M du plan tels que MA^2 – MB^2 = 32 et le construire.

Exercice 5 (6 points)

Soient A(1 ; 3), B(-1 ; 2) et C(3 ;0), trois points du plan muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

Soit (E) l'ensemble des points M du plan tel que : (1) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{BC} = 14$

et (F) l'ensemble des points M du plan tel que : (2) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{BC} = 14$

On cherche à caractériser (E) et (F) par deux méthodes différentes.

Faire une figure sur la quelle on tracera les ensembles (E) et (F), une fois ceux-ci déterminés.

1°) Méthode algébrique

a) Soit M(x ; y), montrer que la relation (1) équivaut à : $x^2 - 4x + y^2 - 3y = -3$.
En déduire la nature et les caractéristiques de (E).

b) Soit M(x ; y), montrer que la relation (2) équivaut à : $-2x + 3y = 7$.
En déduire la nature de (F).

2°) Méthode géométrique

a) Calculer $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$

b) En déduire que la relation (1) équivaut à $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = 0$ et que la relation (2) équivaut à $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC} = 0$.

c) En déduire une vérification résultats trouvés dans le 1°).