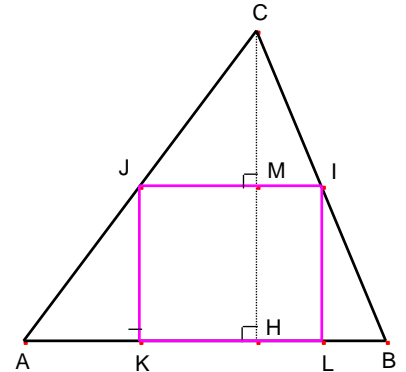


Exercice 4

Soit un triangle ABC tel que : $BC = 13$, $AB = 14$ et $AC = 15$.

On note H le pied de la hauteur issue de C.

À partir d'un point M de la hauteur [CH] on trace la perpendiculaire à (CH) coupant (BC) en I et (AC) en J ainsi que les perpendiculaires à (AB) passant par I et J coupant (AB) en L et K de sorte à obtenir, comme sur la figure ci-contre, un rectangle IJKL inscrit dans le triangle ABC.



1°) a) À l'aide de la formule d'Al Kashi, calculer la valeur exacte de $\cos BAC$.

- b) En déduire la valeur exacte de $\sin BAC$ et de $\tan BAC$.
- c) En déduire la valeur exacte de CH et BH.

2°) On note $CM = x$.

- a) Exprimer les longueurs IM, MJ et IL en fonction de x .
- b) En déduire que l'aire du rectangle IJKL vaut : $A(x) = \frac{7}{6}x(12 - x)$.

3°) a) Déterminer le maximum de la fonction f définie sur $[0 ; 12]$ par : $f(x) = -\frac{7}{6}x^2 + 14x$

- b) En déduire la position du point M pour que IJKL ait une aire maximale.