

1. La chauve-souris (inspiré du sketch de J.M. Bigard...)

Une porte est munie d'un clavier portant les touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D.

La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre 3 chiffres et 2 lettres qui forment un code. Les chiffres sont distincts, les lettres peuvent être identiques. On suppose dans tout l'exercice que les manipulateurs connaissent le mode d'emploi du dispositif.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une chauve-souris ouvre la porte au 1^{er} essai si :

- Elle ignore le code.
- Elle se souvient seulement que les 3 chiffres du code sont pairs.
- De plus, elle se souvient que les deux lettres sont identiques.

2. La porte est équipée d'un système d'alarme se déclenchant lorsqu'aucun des 3 chiffres tapés ne fait partie du code. Une chauve-souris ignorant le code tente de déclencher l'alarme.

- Quelle est la probabilité pour qu'elle provoque l'alarme au premier essai.
- Elle effectue 4 essais successifs et indépendants. Quelle est la probabilité pour qu'elle déclenche l'alarme au moins une fois au cours des 4 essais ?

2. Boîtes et boules

Une boîte contient 6 boules vertes et n boules blanches. Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte. Si les deux boules sont de même couleur, le joueur gagne 1 €, si elles sont de couleurs différentes, le joueur perd 1 €.

1. Nous supposons que $n = 3$. Calculer les probabilités d'obtenir :

- deux boules de même couleur ;
- deux boules de couleurs différentes.

2. Nous supposons n quelconque et supérieur ou égal à 2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.

- Exprimer en fonction de n les probabilités de $A : " X = 1 "$ et $B : " X = -1 "$.
- Calculer l'espérance mathématique de X , notée $E(X)$.
- Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X)=0$? $E(X) < 0$?