Exercice 4 **5 points**

Une étude statistique menée lors des entraînements montre que, pour un tir au but, Karim marque avec une probabilité de 0,7.
Karim effectue une série de 3 tirs au but. Les deux issues possibles après chaque tir sont les évènements :

- M : « Karim marque un but » ;
- R : « Karim rate le tir au but ».

On admet que les tirs au but de Karim sont indépendants.

1. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre total de buts marqués à l'issue de cette série de tirs par Karim.
   a. Réaliser un arbre pondéré permettant de décrire toutes les issues possibles.
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.
   c. Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.
2. On propose à un spectateur le jeu suivant : il mise 15 € avant la série de tirs au but de Karim ; chaque but marqué par Karim lui rapporte 6 €, et chaque but manqué par Karim ne lui rapporte rien.
   On note Y la variable aléatoire qui prend pour valeur le gain algébrique du spectateur, c'est-à-dire la différence entre le gain total obtenu et la mise engagée.
   a. Exprimer Y en fonction de X. b. Calculer l'espérance $E(Y)$ de la variable aléatoire Y.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Exercice 3 **5 points**

Une angine peut être provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne) soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :
- B l'évènement : « l'angine est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

Si besoin, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que l'angine soit bactérienne et que le test soit positif ?
3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.
4. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?