

1. Malade or not malade ?

Une maladie atteint 3 % d'une population donnée. Dans ce qui suit on appellera " malades " les individus atteints de cette maladie et " bien portants " ceux qui ne le sont pas. On dispose d'un test pour la détecter. Ce test donne les résultats suivants :

- chez les individus malades, 95 % de tests positifs et 5 % de tests négatifs ;
- chez les individus bien portants, 2 % de tests positifs et 98 % de tests négatifs.

On décide d'hospitaliser tous les individus ayant un test positif.

On note :

M l'événement " être malade " ;

\bar{M} l'événement contraire ;

T l'événement " avoir un test positif " ;

\bar{T} l'événement contraire.

1. Calculer la probabilité de l'événement " M et T " [c'est-à-dire $P(M \cap T)$] et la probabilité de l'événement " \bar{M} et T " [c'est-à-dire $P(\bar{M} \cap T)$]. En déduire $P(T)$ et $P(\bar{T})$.

2. a. Calculer la probabilité d'être bien portant parmi les individus hospitalisés.

2. b. On considère un échantillon de 10 personnes prises de façon indépendante parmi les personnes hospitalisées. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une personne bien portante parmi elles ?

On donnera tous les résultats à 10^{-4} près.

2. Avis, Hertz et les autres

Une entreprise de location de voitures relève dans sa comptabilité les frais de réparation des pannes d'origine mécanique et ceux de remise en état de la carrosserie. Elle a observé que, pour une voiture louée une semaine :

la probabilité de panne mécanique est 0,32,
la probabilité de dégâts à la carrosserie est 0,54.

D'autre part la probabilité pour qu'une voiture ayant une panne mécanique présente également des dégâts à la carrosserie est de 0,45.

1. Calculer les probabilités pour qu'une voiture :

- a. ait une panne mécanique et présente des dégâts à la carrosserie ;
- b. ait seulement une panne mécanique ;
- c. présente seulement des dégâts à la carrosserie ;
- d. n'ait ni panne mécanique, ni dégâts à la carrosserie.

2. Calculer la probabilité pour qu'une voiture louée pendant les cinquante deux semaines d'une année n'ait ni panne mécanique, ni dégâts à la carrosserie pendant exactement vingt six semaines.

3. Pour une voiture louée une semaine, les frais s'élèvent en moyenne à :

300 € en cas de panne mécanique,

500 € en cas de dégâts à la carrosserie.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le montant moyen en euros des frais hebdomadaires pour une voiture.

Calculer l'espérance mathématique de X .